

CH(H)

रसायन विज्ञान
1997

पूर्णांक : 100

समय : तीन घण्टे

सूचना :

1. इस प्रश्नपत्र में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के बाद 3 सेमी रिक्त स्थान छोड़कर एक श्रेणित रेखा खींचिए तथा उसके बाद अगले प्रश्न का उत्तर आरम्भ कीजिए।
2. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. प्रश्न संख्या बायें हाशिये में लिखिए।
4. उत्तर केवल उसी भाषा में दीजिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश पत्र में है।
5. अपने उत्तरों में केवल अरबी अंकों (Arabic numerals) (0, 1, 2, 9) का प्रयोग कीजिए, चाहे उत्तर लिखने के लिए आपकी चयनित भाषा कोई भी हो।
6. प्रश्नों / उप-प्रश्नों के अंक दाहिने हाशिये के कोष्ठकों (brackets) में दिये गये हैं।
7. एक प्रश्न के सभी उपप्रश्नों के उत्तर एक जगह दीजिए।
8. ऋणात्मक अंक नहीं दिये जायेंगे।
9. लघुगणकीय सारणी (Logarithmic Tables) के प्रयोग की अनुमति है।
10. परिकलक (Calculator) अथवा स्लाइड रूल का प्रयोग वर्जित है।

उपयोगी आंकड़े

इलेक्ट्रॉनिक आवेश	$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$
आवोगाद्रो संख्या	$N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$
गैस नियतांक	$R = 8.314 \text{JK}^{-1} \text{mol}^{-1} = 0.0821 \text{dm}^3 \text{atm K}^{-1} \text{mol}^{-1}$
फैराडे	$F = 96500 \text{C mol}^{-1}$
इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान	$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$
निर्वात की विद्युत्शीलता	$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{J}^{-1} \text{C}^2 \text{m}^{-1}$
प्लांक स्थिरांक	$h = 6.62 \times 10^{-34} \text{Js}$
प्रकाश का वेग	$c = 3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$
परमाणु संहति :	H = 1.0 ; He = 4.0 ; C = 12.0 ; O = 16.0 ; Na = 23.0 ; Cl = 35.5 ; Ca = 40.0 ; Mn = 54.9 ; Zn = 65.4
परमाणु क्रमांक :	Ti = 22 ; V = 23 ; Cr = 24 ; Cu = 29 ; Zn = 30

1. निम्नलिखित उप-प्रश्नों में उत्तर के लिए चार विकल्प दिये गये हैं। सही / श्रेष्ठ उत्तर का चयन कीजिए तथा उससे सम्बन्धित वर्ण (a), (b), (c) अथवा (d) को अपनी उत्तर पुस्तिका में उप-प्रश्न के क्रमांक के सम्मुख लिखिए। (15 × 1 = 15)

(i) स्थिर दाब पर बर्फ के साथ साम्यावस्था में स्थित जल की मोलर ऊष्मा-धारिता

- (a) शून्य (b) अनंत (∞)
(c) $40.45 \text{kJ K}^{-1} \text{mol}^{-1}$ (d) $75.48 \text{kJ K}^{-1} \text{mol}^{-1}$
है।

(ii) CO_2 की मानक मोलर संभवन (formation) एन्थैल्पी

- (a) शून्य के बराबर है।
(b) गैसीय कार्बन की मानक मोलर दहन-एन्थैल्पी के बराबर है।
(c) CO तथा O_2 की मानक मोलर संभवन (formation) एन्थैल्पियों के योग के बराबर है।
(d) कार्बन (ग्रीफाइट) की मानक मोलर दहन-एन्थैल्पी के बराबर है।

CH(H)

- (vi) निम्नलिखित कथनों में कौन-सा कथन सही नहीं है ?
 (a) Al का प्रथम आयनन विभव Mg के प्रथम आयनन विभव से कम है।
 (b) Mg का द्वितीय आयनन विभव Na के द्वितीय आयनन विभव से अधिक है।
 (c) Na का प्रथम आयनन विभव Mg के प्रथम आयनन विभव से कम है।
 (d) Mg का तृतीय आयनन विभव Al के तृतीय आयनन विभव से अधिक है।
- (vii) KO_2 , AlO_2^- , BaO_2 तथा NO_2^+ में से किसमें अयुग्मित इलेक्ट्रॉन है ?
 (a) NO_2^+ तथा BaO_2 में (b) KO_2 तथा AlO_2^- में
 (c) केवल KO_2 में (d) केवल BaO_2 में
- (viii) क्षारीय मृदा धातुओं का कौन-सा गुण उनके परमाणु क्रमांक के साथ बढ़ता है ?
 (a) आयनन ऊर्जा (b) उनके हाइड्रॉक्साइडों की घुलनशीलता
 (c) उनके सल्फेटों की घुलनशीलता (d) विद्युत्-ऋणात्मकता
- (ix) बेन्ज़ीन की सांद्र HNO_3 तथा सांद्र H_2SO_4 के मिश्रण के साथ अभिक्रिया करके नाइट्रोबेन्ज़ीन बनाया जा सकता है। नाइट्रोकरण मिश्रण में HNO_3 निम्नलिखित के रूप में कार्य करता है :—
 (a) क्षार (b) अम्ल (c) अपचायक (d) उत्प्रेरक
- (x) परमाणु संरचना की व्याख्या के लिए क्वान्टम सिद्धान्त का उपयोग सबसे पहले किसने किया ?
 (a) हाइज़ेनबर्ग ने (b) बोर ने (c) प्लांक ने (d) आइंस्टाइन ने

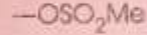
(xi) निम्नलिखित समूहों



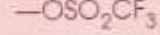
I



II



III



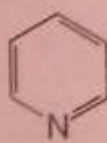
IV

में निष्कासित होने की क्षमता का क्रम है

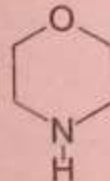
- (a) $I > II > III > IV$ (b) $IV > III > I > II$
 (c) $III > II > I > IV$ (d) $II > III > IV > I$
- (xii) मेसे-हाइड्रोमोब्यूटेन के विब्रोमीनन (debromination) के दौरान बनने वाला मुख्य यौगिक
 (a) *n*-ब्यूटेन है। (b) 1-ब्यूटीन है। (c) सिस-2-ब्यूटीन है। (d) ट्रांस-2-ब्यूटीन है।
- (xiii) निम्नलिखित यौगिकों



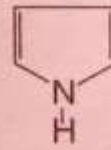
I



II



III



IV

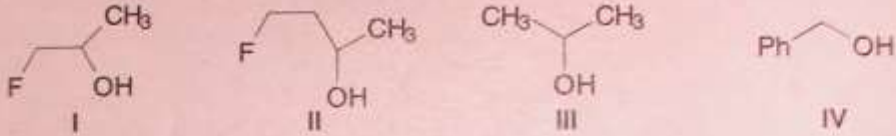
में क्षारीयता का क्रम है

- (a) $IV > I > III > II$ (b) $III > I > IV > II$
 (c) $II > I > III > IV$ (d) $I > III > II > IV$

- (xi) 2-मेथिल ब्यूटेन के मोनोक्लोरीनीकरण से प्राप्त हो सकने वाली संभावित प्रतिबिम्बी समावयवी (enantiomeric) युगलों की संख्या
 (a) 2 है (b) 3 है (c) 4 है (d) 1 है
- (xii) ऐरोमैटिक यौगिकों के नाइट्रोकरण के बारे में निम्नलिखित में से कौन-सा कथन असत्य है ?
 (a) बेन्जीन के नाइट्रोकरण का वेग लगभग हेक्साइयूटरो-बेन्जीन के नाइट्रोकरण के वेग के बराबर है।
 (b) टॉलुइन के नाइट्रोकरण का वेग बेन्जीन के नाइट्रोकरण के वेग से अधिक है।
 (c) बेन्जीन के नाइट्रोकरण का वेग हेक्साइयूटरो-बेन्जीन के नाइट्रोकरण के वेग से अधिक है।
 (d) नाइट्रोकरण एक इलेक्ट्रोफिलिक प्रतिस्थापन अभिक्रिया है।

- (xiii) परॉक्साइड की उपस्थिति में प्रोपीन में HCl डालने पर कौन-सा मध्यक (intermediate) बनता है ?
 (a) $\text{CH}_3\dot{\text{C}}\text{HCH}_2\text{Cl}$ (b) $\text{CH}_3\overset{+}{\text{C}}\text{HCH}_3$
 (c) $\text{CH}_3\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$ (d) $\text{CH}_3\text{CH}_2\overset{+}{\text{C}}\text{H}_2$

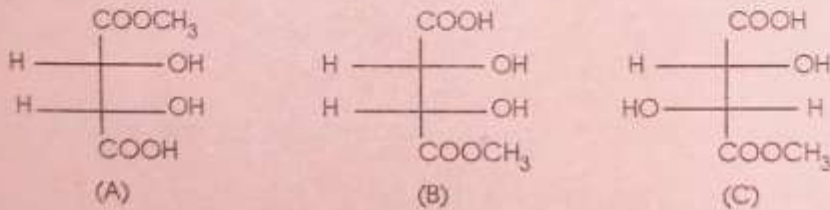
(xiv) निम्नलिखित ऐल्कोहॉलों



की सांद्र HCl के प्रति अभिक्रियाशीलता (reactivity) का क्रम है

- (a) I > II > III > IV (b) I > III > II > IV
 (c) IV > III > II > I (d) IV > III > I > II

(xv) निम्न यौगिकों A, B तथा C के लिए सही कथन है



- (a) A तथा B समरूप (identical) हैं।
 (b) A तथा B अप्रतिबिम्बी त्रिविम समावयव (diastereomers) हैं।
 (c) A तथा C प्रतिबिम्बी समावयव (enantiomers) हैं।
 (d) A तथा B प्रतिबिम्बी समावयव (enantiomers) हैं।

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। उत्तर-पुस्तिका में केवल अपने उत्तरों को उप-प्रश्नों के क्रमानुसार लिखिए। (10 × 1 = 10)

(a) सोडियम क्लोराइड की संरचना में प्रत्येक Na^+ आयन 6 निकटतम प्रतिवेशी Cl^- आयनों से घिरा है तथा द्वितीय निकटतम Na^+ आयनों से घिरा है।

(b) N_2O , SO_2 , I_3^- तथा I_3^- में रेखिक स्पीशीज़ तथा है।

- (c) PCl_3 , CH_3^+ , NH_2^- तथा NF_3 में से जल के प्रति सबसे कम क्रियाशील है।
 (d) P_4 अणु में P-P-P कोण डिग्री है।
 (e) आदर्श गैस का परम (absolute) ताप गैस अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा के/से है।
 (f) $(CH_3OH_2)^+$, $(CH_3NH_3)^+$ से अम्लीय है।
 (g) $Rb(ICH_2)$ गरम करने पर तथा में अपघटित होता है।
 (h) द्रव अमोनिया में सोडियम का विलयन $-33^\circ C$ पर विद्युत्-चालक है। शीतल करने पर इस विलयन की विद्युत्-चालकता है।
 (i) गैसीय अभिक्रिया $2B \rightarrow A$ के लिए साम्य स्थिरांक K_p , K_c के/से है।
 (j) सोडियम फ्लुओराइड के जलीय विलयन का विद्युत अपघटन (electrolysis) करने से एनेोड पर गैस निकलती है।

3. (a) कठोर जल के एक नमूने (sample) में 96 ppm SO_4^{2-} तथा 183 ppm HCO_3^- हैं और उसमें घनायन के रूप में केवल Ca^{2+} ही है। ऐसे 1000 kg जल से HCO_3^- निकालने के लिए CaO के कितने मोल की आवश्यकता होगी ? यदि इस 1000 kg जल की CaO की ऊपर परिकलित मात्रा से अभिक्रिया की जाये, तो अवशेष Ca^{2+} आयनों की सांद्रता (ppm में) कितनी होगी ? ($CaCO_3$ को जल में पूर्णतया अविलेय मानिए।) यदि इस अभिकृत (treated) जल के एक लिटर में उपस्थित Ca^{2+} आयनों को हाइड्रोजन आयनों से पूर्ण विनिमय कर दिया जाये, तो इसका pH कितना होगा ?

(एक ppm = जल के दस लाख भाग में किसी पदार्थ का एक भाग, भार/भार) (5)

- (b) NTP पर एक लिटर O_2 तथा O_3 के मिश्रण की KI के अम्लीय विलयन के आधिक्य से अभिक्रिया की गई। मुक्त हुए आयोडीन के अनुमान के लिए 40 ml M/10 सोडियम थायोसल्फेट विलयन की आवश्यकता हुई। इस मिश्रण में ओजोन का प्रतिशत भार कितना है ? 300 nm तरंगदैर्घ्य वाला परा-बैंगनी विकिरण ओजोन को अपघटित कर सकता है। यह मानकर कि एक फोटॉन एक ओजोन अणु को अपघटित करता है, परिकलित करें कि प्रारंभिक मिश्रण में उपस्थित ओजोन के पूर्ण अपघटन के लिए कितने फोटॉनों की आवश्यकता होती ? (5)

4. (a) वायु के एक नमूने को, जिसमें N_2 तथा O_2 हैं, 2500 K तक तब तक गरम किया गया जब तक कि साम्यावस्था



जिसका साम्य स्थिरांक $K_c = 2.1 \times 10^{-3}$ है, स्थापित नहीं हो गई। साम्यावस्था में NO का मोल % 1.8 था। इस वायु के प्रारंभिक संयोजन का N_2 तथा O_2 के मोलशतों (mole fractions) में आकलन करें। (2)

- (b) वास्तविक गैस के लिए अवस्था-समीकरण निम्न प्रकार से लिखा जा सकता है

$$P\bar{V} = RT \left[1 + \frac{B}{V} + \dots \right]$$

जिसमें B एक स्थिरांक है। B की वान्डरवाल्स नियतांक a तथा b के पदों में (in terms of) सन्निकट अभिव्यक्ति (approximate expression) निकालिए। (2)

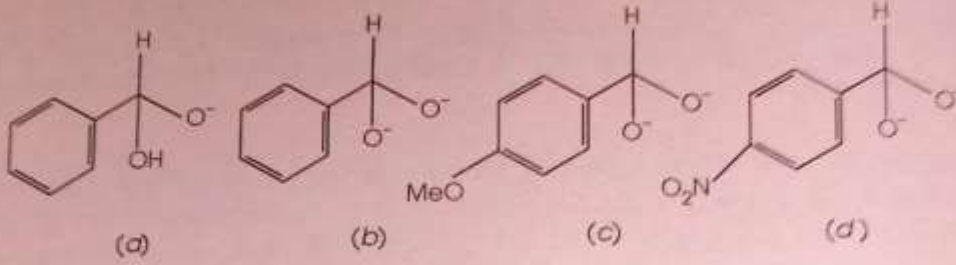
- (c) संक्षेप में कारण बताइए कि ऐल्काइन साधारणतः ऐल्कीन की अपेक्षा H^+ जैसे इलेक्ट्रोफिलिक अभिकर्मकों के प्रति कम अभिक्रियाशील क्यों होती हैं। (2)

- (d) C_7H_{12} सूत्र वाला हाइड्रोकार्बन A ओज़ोनोलिसिस करने पर यौगिक B देता है जो एल्डॉल संघनन करने पर 1-सेसीटिलसाइक्लोपेन्टीन देता है। A तथा B की पहचान कीजिए। (2)
- (e) बेज़िल (PhCOCOPh) को $LiAlH_4$ के साथ पूर्णतः अपचायित करने पर कितने असममित कार्बन परमाणु बनते हैं ? इस उत्पाद में संभावित त्रिविम समावयवियों (stereoisomers) की संख्या कितनी है ? (2)
5. (a) एक द्रव A को सोडियम कार्बोनेट के गर्म जलीय विलयन के साथ अभिक्रिया करायी जाती है। इस विलयन में दो लवणों B तथा C का मिश्रण बनता है। यह मिश्रण सल्फ्यूरिक अम्ल के साथ अम्लीकरण करने तथा आसवन करने पर फिर से द्रव A देता है। A, B तथा C की पहचान कीजिए तथा सम्बन्धित समीकरणों को लिखिए। (3)
- (b) निम्नलिखित के लिए संतुलित समीकरण लिखिए :— (3)
- फ्लुओरोऐपेटाइट से ट्रिपल सुपरफॉस्फेट का उत्पादन
 - क्षारीय $KMnO_4$ द्वारा क्यूप्रस ऑक्साइड का क्यूप्रिक हाइड्रॉक्साइड में ऑक्सीकरण
 - क्षारीय परब्रोमेट के साथ जिंक की अभिक्रिया से टेट्राहाइड्रॉक्सोजिंकेट ऋणायन का बनना
- (c) एक प्रथम कोटि की अभिक्रिया के 298 K पर 10% पूर्ण होने की अवधि 308 K पर उसी अभिक्रिया के 25% पूर्ण होने की अवधि के बराबर है। यदि इस अभिक्रिया का पूर्व चरघातांक गुणक (pre-exponential factor) $3.56 \times 10^9 s^{-1}$ है, तो 318 K पर इसके वेग नियतांक का तथा इसकी सक्रियण ऊर्जा का भी परिकलन कीजिए। (3)
- (d) एक अवाष्पशील विलेय (जो वियोजित नहीं होता है) की बहुत थोड़ी मात्रा को बेन्ज़ीन (घनत्व $0.889 g cm^{-3}$) के $56.8 cm^3$ में घोला जाता है। सामान्य ताप (room temperature) पर इस विलयन का वाष्प दाब 98.88 mm Hg है जबकि बेन्ज़ीन का वाष्पदाब 100 mm Hg है। इस विलयन की मोललता निकालिए। यदि इस विलयन का हिमकारी ताप (freezing temperature) बेन्ज़ीन से 0.73 डिग्री कम है, तो बेन्ज़ीन के मोलल हिमांक अवनमन स्थिरांक (molar freezing point depression constant) का मान कितना है ? (3)
- (e) एक α -कण को कॉपर परमाणु के नाभिक की ओर किस गति से जाना चाहिए ताकि वह कॉपर परमाणु के नाभिक से 10^{-13} मीटर की दूरी तक पहुँच जाये ? (3)
6. निम्नलिखित में से प्रत्येक उप-प्रश्न में उत्तर के लिए चार विकल्प दिये गये हैं। सही उत्तर का चयन कीजिए। (10 × 1 = 10)
- यदि फ्लुओरोइड आयन के pK_b का मान $25^\circ C$ पर 10.83 है, तो इस ताप पर जल में हाइड्रोफ्लुओरिक अम्ल के आयनन स्थिरांक का मान

(a) 1.74×10^{-5} होगा	(b) 3.52×10^{-3} होगा
(c) 6.75×10^{-4} होगा	(d) 5.38×10^{-2} होगा
 - नीचे दिये गये यौगिकों में से कार्बोनिल समूह पर न्यूक्लियोफिलिक आक्रमण (nucleophilic attack) के प्रति सर्वाधिक ग्रहणशील (susceptible) यौगिक

(a) $MeCOCl$ है	(b) $MeCHO$ है
(c) $MeCOOMe$ है	(d) $MeCOOCOMe$ है

(iii) केनिजरो अभिक्रिया में वह मध्यक (intermediate), जो सर्वोत्तम हाइड्राइड दाता होगा, है



(iv) मानक हाइड्रोजन इलेक्ट्रोड का इलेक्ट्रोड विभव शून्य है, क्योंकि

- (a) हाइड्रोजन का ऑक्सीकरण सबसे सुगम है।
- (b) इस इलेक्ट्रोड विभव को शून्य माना जाता है।
- (c) हाइड्रोजन परमाणु में एक ही इलेक्ट्रॉन है।
- (d) हाइड्रोजन सबसे हल्का तत्व है।

(v) निम्नलिखित में से कौन-सा यौगिक अनुचुंबकीय (paramagnetic) है तथा रंगीन भी है ?

- (a) $K_2Cr_2O_7$
- (b) $(NH_4)_2(TiCl_6)$
- (c) VO_2SO_4
- (d) $K_3(Cu(CN)_4)$

(vi) A_2X_3 की घुलनशीलता $y \text{ mol dm}^{-3}$ है। इसका विलेयता गुणनफल

- (a) $6y^4$ है
- (b) $64y^4$ है
- (c) $36y^5$ है
- (d) $108y^5$ है

(vii) क्रोम ऑक्सेलेट के एक मोल के साथ अम्लीय विलयन में पूर्ण अभिक्रिया करने के लिए $KMnO_4$ के कितने मोल की आवश्यकता होगी ?

- (a) $3/5$
- (b) $2/5$
- (c) $4/5$
- (d) 1

(viii) निम्नलिखित यौगिकों में से कौन-सा यौगिक ध्रुवीय है तथा उसके केन्द्रीय परमाणु का संकरण sp^2 है ?

- (a) H_2CO_3
- (b) SiF_4
- (c) BF_3
- (d) $HClO_2$

(ix) निम्नलिखित कथनों में से कौन-सा कथन सही नहीं है ?

- (a) कैलेमाइन तथा सिडेराइट कार्बोनेट हैं।
- (b) आर्जेंटाइट तथा क्यूप्राइट ऑक्साइड हैं।
- (c) त्रिक ब्लेन्ड तथा पाइराइट्स सल्फाइड हैं।
- (d) मैलेकाइट तथा ऐज़्यूराइट कॉपर के अवस्क हैं।

(x) एक हल्के अम्लीय विलयन में केवल धनायन Fe^{3+} , Zn^{2+} तथा Cu^{2+} उपस्थित हैं। वह अभिकर्मक, जो इस विलयन में आधिक्य में डालने पर एक पद (step) में Fe^{3+} को पहचानेगा तथा उसका पृथक्करण करेगा

(a) 2 M HCl है

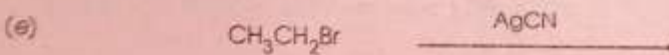
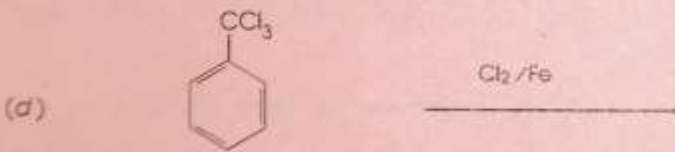
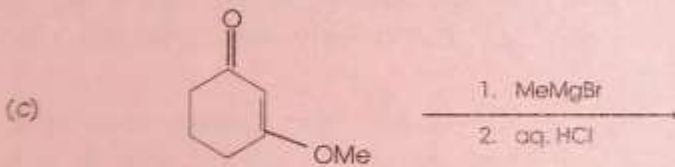
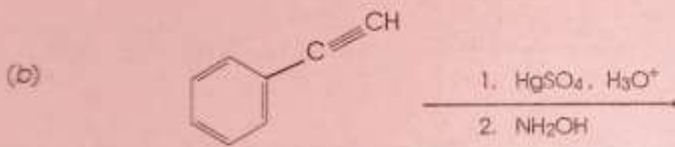
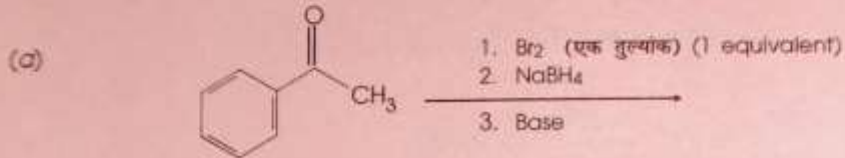
(b) 6 M NH_3 है

(c) 6 M NaOH है

(d) H_2S गैस है

7. निम्नलिखित अभिक्रियाओं में से प्रत्येक के मुख्य उत्पाद बतायें :—

(5 × 1 = 5)



8. (a) निम्नलिखित में से कौन-सा/से यौगिक $I_2 / NaOH$ के साथ पीला अवक्षेप देगा/देगे ? (2)

(i) $ICH_2COCH_2CH_3$

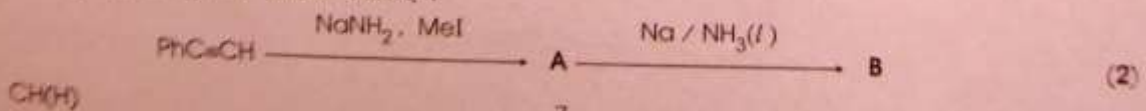
(ii) $CH_3COOCOCH_3$

(iii) CH_3CONH_2

(iv) $CH_3CH(OH)CH_2CH_3$

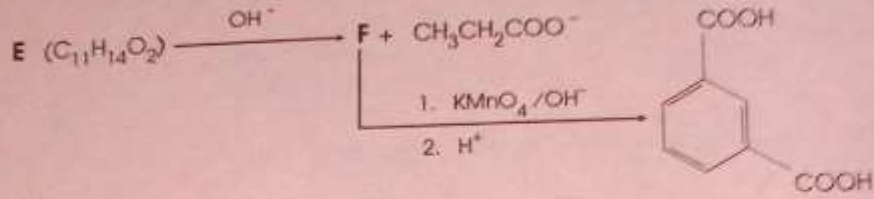
(b) सोडियम क्लोराइड के एक एकक सेल (unit cell) में चार सूत्र-मात्रक (formula units) हैं। एकक सेल के कोर (edge) की लम्बाई 0.564 nm है। सोडियम क्लोराइड का घनत्व कितना है ?

(c) A तथा B की संरचना लिखिए :



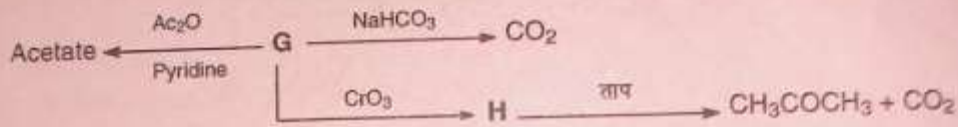
CH(H)

(d) E तथा F की संरचना लिखिए :



(2)

(e) G तथा H की संरचना लिखिए जिसमें G C₄H₈O₃ है :



(2)

9. (a) ग्लूकोज के ऑक्सीकरण में $-2880 \text{ kJ mol}^{-1}$ एन्थैल्पी परिवर्तन होता है। इस ऊर्जा का 25% शारीरिक कार्य (muscular work) के लिए उपलब्ध होता है। अगर एक km चलने के लिए 100 kJ शारीरिक कार्य की आवश्यकता होती है, तो 120 ग्राम ग्लूकोज खाने के बाद एक आदमी अधिक से अधिक कितनी दूर चल पायेगा ?

(2)

(b) यौगिक A (आण्विक सूत्र C₈H₁₂) का एक मोल, जिसमें त्रिविम समावयवता सम्भव नहीं है, Pd के ऊपर हाइड्रोजनीकरण करने पर सिर्फ एक मोल H₂ से अभिक्रिया करता है। A के ओज़ोनोलिसिस करने पर एक सममित डाइकीटोन B (C₈H₁₂O₂) प्राप्त होता है। A तथा B की संरचनाएँ क्या हैं ?

(2)

(c) (Cr(NH₃)₅(NCS))(ZnCl₄) का IUPAC नाम लिखिए। क्या यह यौगिक रंगीन है ?

(2)

(d) एक इलेक्ट्रॉन किरण-पुंज (beam) का विवर्तन (diffraction) क्रिस्टलों द्वारा हो सकता है। किस विभव द्वारा इलेक्ट्रॉन किरण-पुंज को त्वरित किया जाये कि उसका तरंगदैर्घ्य 1.54 Å के बराबर हो जाये ?

(2)

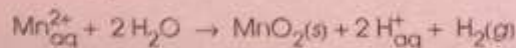
(e) निम्न अभिक्रियाओं के लिए समीकरण लिखिए :—

(i) फोटोग्राफिक प्रक्रम में सिल्वर ब्रोमाइड का हाइपो के साथ

(ii) कोबाल्टस क्लोराइड का जलीय अम्लीय विलयन में KNO₂ के आधिक्य के साथ।

(2)

10. जलीय सल्फ्यूरिक अम्ल में MnSO₄ के घोल का विद्युत-अपघटन MnO₂ बनाने की एक विधि है जिससे निम्न अभिक्रिया के अनुसार



24 घंटे तक 27 A की धारा (current) प्रवाहित करने पर 1 kg MnO₂ प्राप्त होता है। धारा-दक्षता (current efficiency) का मान क्या है ? कैथोड एवं ऐनोड पर होने वाली अभिक्रियाएँ लिखिए।

(5)

— Paper Ends —

Registration Number : 368714

Name :

CHH-97

समय : तीन घंटे

पूर्णांक : 100

निर्देश

- सभी प्रश्नों के उत्तर केवल आपके प्रवेशपत्र (Admit Card) में प्रदर्शित, आपके द्वारा चुनी हुई, भाषा में दीजिए।
- इस प्रश्न पत्र में आठ मुद्रित पृष्ठ (10 प्रश्न) हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के बाद 3 सेमी रिक्त स्थान छोड़कर एक क्षैतिज रेखा खींचिए और उसके बाद ही नये प्रश्न का उत्तर आरम्भ कीजिए।
- प्रत्येक प्रश्न के सभी उप-प्रश्नों के उत्तर एक जगह पर उसी क्रम से दीजिए जिस क्रम में वे प्रश्न में दिए गये हैं।
- ऋणात्मक अंक नहीं दिये जायेंगे।
- परिकलक (Calculator), परिकलन पट्टिका (Slide rule), ग्राफ पेपर, त्रिकोणमितीय (Trigonometric) तथा सांख्यिकीय (Statistical) सारणियों का प्रयोग वर्जित है।
- लघुगणकीय सारणी (Logarithmic Tables) के प्रयोग की अनुमति है।

उपयोगी आंकड़े :

$$\text{आवोगाद्रो संख्या } N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{फैराडे } F = 96500 \text{ C mol}^{-1}$$

$$\text{गैस नियतांक } R = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

Or

$$R = 0.082 \text{ dm}^3 \text{ atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{परमाणु संहति : } H = 1.0; O = 16.0;$$

$$Cl = 35.5; Cr = 51.99;$$

$$Ag = 107.8$$

$$\text{परमाणु क्रमांक : } Na = 11; Mg = 12;$$

$$V = 23; Cu = 29;$$

$$Ag = 47$$

1. इस प्रश्न में पंद्रह उप-प्रश्न हैं। प्रत्येक उप-प्रश्न में दिये गये चार विकल्पों में से केवल एक ही उचित है। अपने चुने हुये विकल्प को अपनी उत्तर पुस्तिका में केवल A, B, C अथवा D अक्षर लिख कर दर्शाएं। उत्तर उसी क्रम में लिखें जिस क्रम में उप-प्रश्न दिये गये हैं।

(15 × 1 = 15)

- (i) एक 'd' इलेक्ट्रान के लिए कक्षक कोणीय संवेग (orbital angular momentum)
- (A) $\sqrt{6} \hbar$
(B) $\sqrt{2} \hbar$
(C) \hbar
(D) $2 \hbar$
- होता है।
- (ii) Cu^{2+}/Cu तथा $\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}^+$ का मानक अपचयन विभव (standard reduction potential) क्रमशः 0.337 तथा 0.153 V है। अर्ध सेल Cu^+/Cu के लिए मानक इलेक्ट्रोड विभव (standard electrode potential)
- (A) 0.184 V
(B) 0.827 V
(C) 0.521 V
(D) 0.490 V
- होगा।
- (iii) आदर्श गैस के लिए संपीड्यता-गुणांक (compressibility factor)
- (A) 1.5
(B) 1.0
(C) 2.0
(D) ∞
- है।
- (iv) निम्नलिखित में से किसमें ध्रुवीय (polar) तथा अध्रुवीय (non-polar) आबन्ध, दोनों हैं?
- (A) NH_4Cl
(B) HCN
(C) H_2O_2
(D) CH_4
- (v) जल का क्रांतिक ताप (critical temperature) O_2 से अधिक है क्योंकि जल के एक अणु में / की / का
- (A) O_2 की तुलना में कम इलेक्ट्रान हैं।
(B) दो सहसंयोजक आबन्ध (covalent bond) हैं।
(C) आकृति 'V' के आकार की है।
(D) द्विध्रुव आघूर्ण (Dipole moment) होता है।

- (vi) निम्नलिखित में से कौन सी स्पीशीज़ (species) एक आभासी हैलाइड (pseudohalide) नहीं है?
- (A) CNO^-
(B) RCOO^-
(C) OCN^-
(D) NNN^-
- (vii) अमोनियम डाइक्रोमेट का उपयोग आतिशबाजी में होता है। हवा में हरे रंग का उड़नेवाला चूर्ण है।
- (A) CrO_3
(B) Cr_2O_3
(C) Cr
(D) $\text{CrO}(\text{O}_2)$
- (viii) निम्नलिखित यौगिकों में से किस एक में sp^2 संकरण (Hybridization) होता है?
- (A) CO_2
(B) SO_2
(C) N_2O
(D) CO
- (ix) एक मोल सल्फाइड आयन के अम्लीय विलयन से अभिक्रिया करने के लिए KMnO_4 के कितने मोल की आवश्यकता होगी?
- (A) $\frac{2}{5}$
(B) $\frac{3}{5}$
(C) $\frac{4}{5}$
(D) 1
- (x) निम्नलिखित में से किस यौगिक की रंगीन होने की संभावना है?
- (A) Ag_2SO_4
(B) CuF_2
(C) MgF_2
(D) CuCl

- (xi) ब्यूटेन-2,3-डाइऑल के कितने प्रकाशीय सक्रिय विविध समावयवी (optically active stereoisomers) संभव हैं?
- (A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
- (xii) जब साइक्लोहेक्सेन को जल पर डालते हैं तो यह तैरता है, क्योंकि
- (A) साइक्लोहेक्सेन 'नाव' रूप में है।
(B) साइक्लोहेक्सेन 'कुर्सी' रूप में है।
(C) साइक्लोहेक्सेन 'किरीट' (crown) रूप में है।
(D) साइक्लोहेक्सेन जल से कम घन है।
- (xiii) निम्नलिखित में से कौन सा यौगिक कार्ब-धात्विक (organometallic) है?
- (A) नीयियम मेथाक्साइड
(B) नीयियम ऐसीटेट
(C) नीयियम डाइमेथिल ऐमाइड
(D) मेथिल नीयियम
- (xiv) द्रवित NH_3 में, *p*-क्लोरोटॉलूईन की KNH_2 से अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद
- (A) *o*-टॉलीडीन
(B) *m*-टॉलीडीन
(C) *p*-टॉलीडीन
(D) *p*-क्लोरो ऐनिलीन है।
- (xv) $(\text{CH}_3)_3\text{CMgCl}$ से D_2O की अभिक्रिया करने पर निम्नलिखित में से कौन सा रसायन बनता है?
- (A) $(\text{CH}_3)_3\text{CD}$
(B) $(\text{CH}_3)_3\text{OD}$
(C) $(\text{CD}_3)_3\text{CD}$
(D) $(\text{CD}_3)_3\text{OD}$

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (उत्तर पुस्तिका में केवल अपने उत्तरों को क्रमानुसार लिखिए)।

(10 × 1 = 10)

- (a) आरेनियस समीकरण, $k = A \exp(-E/RT)$ में, A को _____ पर दर नियतांक (rate constant) कह सकते हैं।
- (b) जब Fe (द्रोण) को एक बन्द बर्तन में जलीय हाइड्रोक्लोरिक अम्ल में घोला जाय तब किया गया कार्य _____ है।

- (c) स्थायी रूप से अतिशीतित (supercooled) द्रव को प्रायः _____ कहते हैं।
- (d) एन्थैल्पी (enthalpy) एक _____ गुण है।
- (e) अभिक्रिया $I^- + I_2 \rightarrow I_3^-$ में _____ लूइस अम्ल (Lewis acid) है।
- (f) चांदी के आभूषण वायु में _____ में अभिक्रिया के कारण धीरे धीरे मलिन (tarnish) हो जाते हैं।
- (g) यौगिक जिनमें औपचारिक रूप से Pb^{4+} होता है, सरलता से Pb^{2+} में अपचयित हो जाते हैं। निम्न आक्सीकरण अवस्था के स्थायित्व का कारण _____ है।
- (h) ग्लिसरीन में एक _____ हाइड्रॉक्सी समूह है।
- (i) 1,3-ब्यूटाडाईन की ब्रोमीन के साथ मोलीय अनुपात में अभिक्रिया मुख्य रूप से _____ को उत्पन्न करती है।
- (j) वाइनिल क्लोराइड, डाइमैथिल कॉपर के साथ अभिक्रिया करके _____ उत्पन्न करता है।

3. (a) $AgCl$ के एक नमूने की अभिक्रिया $1.5\text{ M } Na_2CO_3$ के 5.00 mL से करके Ag_2CO_3 प्राप्त कर लिया गया। यदि शेष बचे हुए विलयन में Cl^- की मात्रा 0.0026 ग्राम प्रति लिटर हो तो $AgCl$ के लिए विलेयता गुणनफल का परिकलन कीजिए ($K_{sp} Ag_2CO_3 = 8.2 \times 10^{-12}$)।

(5)

- (b) एक प्रथम कोटि की किसी वियोजन अभिक्रिया के लिए वेग नियतांक का समीकरण

$$\log k (s^{-1}) = 14.34 - \frac{1.25 \times 10^4 K}{T} \text{ है।}$$

- (i) इस अभिक्रिया के लिए सक्रियण उर्जा (Activation energy) का मान क्या है?

- (ii) किस ताप पर इस अभिक्रिया की अर्ध आयु (half life) 256 मिनट होगी?

(5)

4. (a) निम्न आंकड़ों का उपयोग कर द्रव मेथिल ऐल्कोहॉल की संभवन (formation) उष्मा का परिकलन किलो जूल प्रति मोल में कीजिए।

द्रव मेथिल ऐल्कोहॉल की वाष्पन (vaporization) उष्मा = 38 kJ/mol

तत्वों की मानक अवस्था (standard state) से उनके गैसीय परमाणुओं के बनने की संभवन उष्मा : H, 218 kJ/mol ; C, 715 kJ/mol ; O, 249 kJ/mol

औसत आवन्ध ऊर्जाएँ (bond energy)

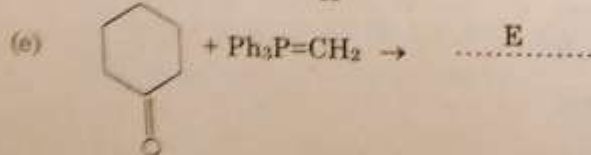
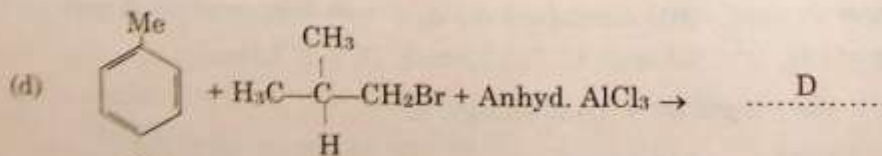
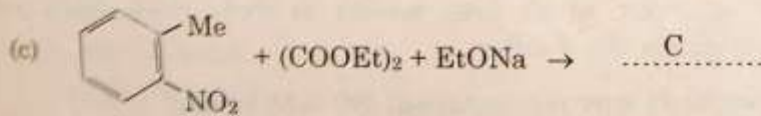
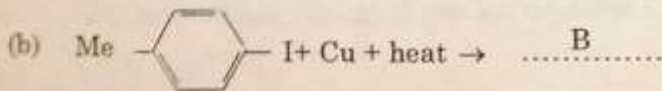
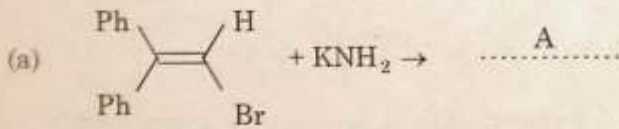
C-H 415 kJ/mol

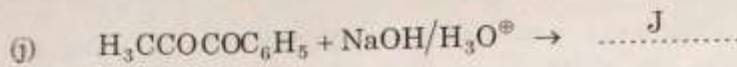
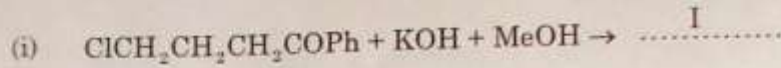
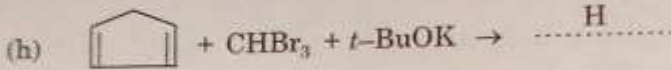
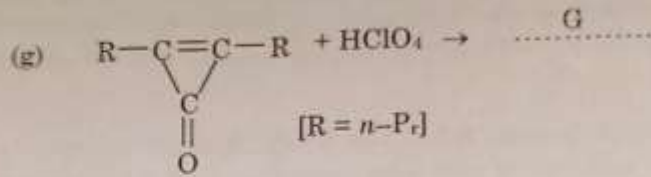
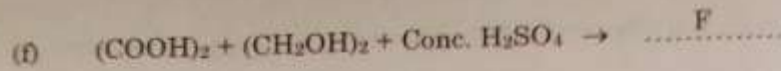
C-O 356 kJ/mol

O-H 463 kJ/mol

(5)

- (b) H_2O_2 के एक 25 mL विलयन में पोटेशियम आयोडाइड का अम्लीय विलयन अधिकता में मिला दिया गया। मुक्त हुई आयोडीन के लिए 0.3 N सोडियम थायोसल्फेट के 20 mL की आवश्यकता हुई। H_2O_2 विलयन की आयतन प्रबलता (volume strength) का परिकलन कीजिए। (5)
5. (a) निम्न के लिए संतुलित समीकरण लिखिए। (5 × 1 = 5)
- फास्फोरस की सान्द्र (concentrated) नाइट्रिक अम्ल से अभिक्रिया
 - अम्लीय माध्यम में हाइड्रोजन परऑक्साइड का पोटेशियम परमैंगनेट से आक्सीकरण
 - फास्फोरस से फास्फोरिक अम्ल का औद्योगिक निर्माण
 - ऐलुमिनियम की जलीय सोडियम हाइड्रॉक्साइड से अभिक्रिया
 - ज़िंक की तनु नाइट्रिक अम्ल से अभिक्रिया।
- (b) निम्नलिखित संकरों (complexes) के सूत्र लिखिए। (2 × 1 = 2)
- पेन्टाऐम्मीनक्लोरोकोबाल्ट (III)
 - लीथियम टेट्राहाइड्रोऐलुमिनेट (III)
- (c) तत्व A नाइट्रोजन में ज्वलन के उपरान्त एक आयनिक यौगिक B देता है। यौगिक B जल से अभिक्रिया करके C तथा D बनाता है। C का विलयन कार्बन डाइआक्साइड प्रवाहित करने पर 'दुधिया' हो जाता है। A, B, C तथा D का निर्धारण कीजिए। (3)
6. निम्नलिखित अभिक्रियाओं के मुख्य कार्बनिक उत्पादों की संरचनायें (structure) लिखिये। (10 × 1 = 10)





7. (a) आक्सीकरण अवस्था +1 के चांदी (silver) के विलयन में 8 घंटे तक 8.46 एम्पीयर (Amps) की विद्युत धारा प्रवाहित करने पर हुये विद्युत अपघटन (electrolysis) से कितने ग्राम चांदी का परोसनेवाली ट्रे पर लेपन (plated) किया जा सकता है। यदि चांदी की पर्त की मोटाई 0.00254 cm हो तो, ट्रे का क्षेत्रफल क्या है? चांदी का घनत्व 10.5 g/cm^3 है। (3)

(b) अभिक्रिया $\text{Fe}^{2+} + \text{Ce}^{4+} \rightleftharpoons \text{Fe}^{3+} + \text{Ce}^{3+}$ के लिए साम्य स्थिरांक (equilibrium constant) का परिकलन कीजिए।
 (दिया है $E_{\text{Ce}^{4+}/\text{Ce}^{3+}}^{\circ} = 1.44 \text{ V}$; $E_{\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}}^{\circ} = 0.68 \text{ V}$) (2)

(c) क्रोमियम धातु काय केन्द्रित घन जालक (body centred cubic lattice) में क्रिस्टलित (crystallize) होती है। एकक सेल (unit cell) की अधि लम्बाई (edge length) 287 pm है। परमाणु त्रिज्या का परिकलन कीजिए। क्रोमियम के घनत्व का मान g/cm^3 में क्या होगा? (3)

(d) अम्लीय प्रकार के सूचक (indicator), HIn का रंग इसके संयुग्मी क्षारक (conjugate base) (In^-) से भिन्न है। रंग भिन्नता के लिए मानव नेत्र $[\text{In}^-]/[\text{HIn}]$ अनुपात के केवल 10 से अधिक अथवा 0.1 से कम होने पर ही संवेदनशील है। पूर्ण रंग परिवर्तन के प्रेक्षण के लिए pH में कितना न्यूनतम परिवर्तन होना चाहिए ($K_a = 1.0 \times 10^{-5}$)? (2)

8. (a) वैनेडियम के एक यौगिक का चुम्बकीय आघूर्ण (magnetic moment) 1.73 BM है। इस यौगिक में वैनेडियम आयन का इलेक्ट्रान विन्यास (configuration) ज्ञात कीजिए। (2)

(b) विषाक्त तत्व M के घुलनशील यौगिक को $\text{Zn}/\text{H}_2\text{SO}_4$ के साथ गर्म करने पर एक रंगहीन अतिविषाक्त (highly poisonous) गैसीय यौगिक N बनता है। यह गैस एक गर्म नली में प्रवाहित करने पर तत्व M का एक रजतीय दर्पण (silvery mirror) देती है। M तथा N का निर्धारण कीजिए। (2)

- (c) Na^+ तथा Ag^+ में से कौन सा शक्तिशाली लुइस अम्ल (Lewis acid) है, और क्यों? (2)
- (d) क्षारीय मृदा धातुओं (alkaline earth metals) के क्रिस्टली लवणों में क्रिस्टल जल (water of crystallization), क्षारीय धातुओं (alkali metals) के लवणों की तुलना में अधिक होता है, क्यों? (2)
- (e) निर्जलीय AlCl_3 सहसंयोजक (covalent) है। निम्न आंकड़ों के आधार पर अनुमान लगाइए कि जलीय विलयन में यह सहसंयोजक ही रहेगा अथवा आयनिक रूप में परिवर्तित हो जायेगा।
 Al की आयनन ऊर्जा (ionization energy) = 5137 kJ mol^{-1} ; Al^{3+} के लिए $\Delta H_{\text{जलयोजन}} = -4665 \text{ kJ mol}^{-1}$; Cl^- के लिए $\Delta H_{\text{जलयोजन}} = -381 \text{ kJ mol}^{-1}$
 (जलयोजन \equiv hydration). (2)
9. (a) ऐसीटोफ़ीनोन की हाइड्राक्सिलऐमीन-हाइड्रोक्लोराइड से अभिक्रिया दो समावयवी (isomeric) ऑक्सिम (oxime) दे सकती है। आक्सिमों की संरचना (structure) लिखिए। (2)
- (b) 2,2-डाइमैथिल ऑक्सिरेन को अम्ल (H^+) द्वारा वियोजित किया जा सकता है। इसकी क्रियाविधि (mechanism) लिखिए। (2)
- (c) निम्नलिखित में से कौन सी विधि मैथिल-*t*-ब्यूटिल ईथर के संश्लेषण (synthesis) के लिए सही है, और क्यों?
 (i) $(\text{CH}_3)_3\text{CBr} + \text{NaOMe} \rightarrow$
 (ii) $\text{CH}_3\text{Br} + \text{NaO}-t\text{-Bu} \rightarrow$ (2)
- (d) फीनॉक्साइड आयन के लिए अनुनाद संरचनाओं (resonating structures) की संख्या बेन्जोएट आयन की तुलना में अधिक है परन्तु बेन्जोइक अम्ल फीनॉल की तुलना में एक प्रबल अम्ल है, क्यों? (2)
- (e) प्लेटिनम उत्प्रेरक की उपस्थिति में हाइड्रोकार्बन A एक मोल हाइड्रोजन के योग से *n*-हेक्सेन बनाता है। A का KMnO_4 से प्रबल आक्सीकरण करने पर एक तीन कार्बन परमाणुवाला कार्बोक्सिलिक अम्ल प्राप्त होता है। A की संरचना दीजिए तथा उपरोक्त अभिक्रियाओं को समझाइए। (2)
10. (a) ऐलुमिनियम सल्फाइड नम होने पर दूषित गंध देता है। इस अभिक्रिया के लिए संतुलित समीकरण लिखिए। (2)
- (b) निम्नलिखित आयनों को त्रिज्याओं (radii) के बढ़ते क्रम में लिखिए :
 Li^+ , Mg^{2+} , K^+ , Al^{3+} (1)
- (c) निम्नलिखित क्षारीय मृदा धातुओं के सल्फेटों को ऊष्मीय स्थायित्व (thermal stability) के घटते क्रम में लिखिए।
 BeSO_4 , MgSO_4 , CaSO_4 , SrSO_4 (1)
- (d) ^{14}N की एल्फा-कण से नाभिकीय अभिक्रिया के लिए संतुलित समीकरण लिखिए। (1)

—समाप्त—

MA(H)

गणित
1997

पूर्णांक : 100

समय : तीन घण्टे

सूचना :

1. इस प्रश्न पत्र में 17 प्रश्न हैं। एक प्रश्न के उत्तर की समाप्ति पर 3 सेमी जगह छोड़कर एक क्षैतिज रेखा खींचकर नये प्रश्न का उत्तर आरंभ कीजिए। तदनुरूप प्रश्न संख्या को बायें हाशिये में लिखना अनिवार्य है।
2. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. उत्तर केवल उसी भाषा में लिखें जो आपके प्रवेश-पत्र में दी गई है।
4. आपने चाहे किसी भी भाषा का चुनाव किया हो, अपने उत्तर में केवल अरबी अंकों (Arabic numerals) (0, 1, 2, ..., 9) का ही प्रयोग कीजिए।
5. ऋणात्मक अंक नहीं दिये जायेंगे।
6. प्रश्नों के अंक दाहिने हाशिये के कोष्ठकों (brackets) में दिये गये हैं।
7. हर प्रश्न के उप-प्रश्नों के उत्तर एक ही स्थान पर दीजिए।
8. परिकलक (Calculator), परिकलन पट्टिका (Slide rule), ग्राफ पेपर, लघुगणकीय (Logarithmic), त्रिकोणमितीय (Trigonometric) तथा सांख्यिकीय (Statistical) सारणियों का प्रयोग वर्जित है।

1. इस प्रश्न में पाँच उप-प्रश्न हैं। प्रत्येक उप-प्रश्न में उत्तर के लिए चार विकल्प दिये गये हैं जिनमें से केवल एक ही सही है। केवल अपने चुने हुए विकल्प को ही वर्ण (letter) a, b, c या d द्वारा, उत्तर-पुस्तिका में क्रमानुसार निरूपित कीजिए। (5 × 2 = 10)

(i) सारणिक (determinant)

$$\begin{vmatrix} xp+y & x & y \\ yp+z & y & z \\ 0 & xp+y & yp+z \end{vmatrix} = 0,$$

यदि

- (a) x, y, z समान्तर श्रेणी (A.P.) में हों।
(b) x, y, z गुणोत्तर श्रेणी (G.P.) में हों।
(c) x, y, z हरात्मक श्रेणी (H.P.) में हों।
(d) xy, yz, zx समान्तर श्रेणी (A.P.) में हों।
- (ii) समीकरण

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{4x-1}$$

का / के

- (a) कोई भी हल (solution) नहीं है।
(b) एक हल है।
(c) दो हल हैं।
(d) दो से अधिक हल हैं।
- (iii) माना कि f एक धनात्मक फलन (positive function) है। यदि

$$I_1 = \int_{1-k}^k x f(x(1-x)) dx,$$

$$I_2 = \int_{1-k}^k f(x(1-x)) dx,$$

जहाँ $2k-1 > 0$ दिया है, तब $\frac{I_1}{I_2}$ का मान

(a) 2

(b) k

(c) $\frac{1}{2}$

(d) 1

होगा।

- (iv) मान लीजिए कि \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} समान लम्बाई के परस्पर लम्ब (mutually perpendicular) सदिश (vectors) हैं। यदि सदिश \vec{x} समीकरण

$$\vec{p} \times ((\vec{x} - \vec{q}) \times \vec{p}) + \vec{q} \times ((\vec{x} - \vec{r}) \times \vec{q}) + \vec{r} \times ((\vec{x} - \vec{p}) \times \vec{r}) = \vec{0}$$

को संतुष्ट करता हो, तो \vec{x} का मान

(a) $\frac{1}{2}(\vec{p} + \vec{q} - 2\vec{r})$

(b) $\frac{1}{2}(\vec{p} + \vec{q} + \vec{r})$

(c) $\frac{1}{3}(\vec{p} + \vec{q} + \vec{r})$

(d) $\frac{1}{3}(2\vec{p} + \vec{q} - \vec{r})$

होगा।

- (v) माना कि

$$f(x) = \begin{vmatrix} x^3 & \sin x & \cos x \\ 6 & -1 & 0 \\ p & p^2 & p^3 \end{vmatrix}$$

जहाँ p एक अचर (constant) है। तब $\frac{d^3}{dx^3} f(x)$ का मान $x=0$ पर

(a) p

(b) $p+p^2$

(c) $p+p^3$

(d) p से स्वतन्त्र (independent of p)

होगा।

2. माना कि $ax^2 + 2hxy + by^2 = 1$ एक वक्र का समीकरण है। P एक ऐसा बिन्दु है जो वक्र पर स्थित नहीं है। P से खींची गई एक सरल रेखा वक्र को बिन्दुओं Q और R पर काटती है। यदि गुणनफल $PQ \cdot PR$ रेखा की प्रवणता से स्वतन्त्र है (independent of the slope), तो सिद्ध कीजिए कि दिया गया वक्र एक वृत्त है। (5)

3. दिया है कि

$$f(x) = \begin{cases} x e^{-\left(\frac{1}{|x|} + \frac{1}{x}\right)} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

परीक्षण (Test) करें कि

(a) $f(x)$, $x=0$ पर सतत (continuous) है अथवा नहीं।

(b) $f(x)$, $x=0$ पर अवकलनीय (differentiable) है अथवा नहीं। (5)

4. प्रवणता 4 (Slope = 4) की एक चर (variable) रेखा अतिपरवलय (hyperbola) $xy = 1$ को दो बिन्दुओं पर काटती है। उस बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो इन बिन्दुओं को जोड़ने वाले रेखा-खंड (line-segment) को 1 : 2 के अनुपात में विभाजित करता है। (5)

5. $2L$ लम्बाई की एक अर्धवृत्तीय मेहराब (arch) AB तथा एक ऊर्ध्वाधर मीनार PQ एक ही ऊर्ध्वाधर समतल में स्थित हैं। मेहराब के सिरे A और B तथा मीनार का आधार Q एक ही क्षैतिज समतल में हैं एवं बिन्दु B, A एवं Q का मध्यवर्ती है (B is between A and Q)। बिन्दु A पर स्थित एक व्यक्ति मेहराब के कारण मीनार को देख पाने में असमर्थ है। वह मेहराब पर रेंगते हुए ऊपर की ओर चढ़ना आरम्भ करता है और मेहराब के सहारे $\frac{L}{2}$ दूरी तय करने के पश्चात् उसे केवल मीनार का उच्चतम बिन्दु P दिखाई देता है। तत्पश्चात् वह रेंगते हुए मेहराब के उच्चतम बिन्दु पर पहुँचता है और देखता है कि P का उन्नयन कोण (angle of elevation) θ है। मीनार की ऊँचाई की गणना L और θ के पदों में कीजिए। (5)

6. समाकलन करें (Integrate) :—

(a)
$$\int \left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \right)^{1/2} \frac{dx}{x}$$
 (3)

(b)
$$\int_0^{\pi/4} \ln(1 + \tan x) dx$$
 (2)

7. एक प्रतियोगिता में 16 खिलाड़ी S_1, S_2, \dots, S_{16} भाग लेते हैं। उनको यदुच्छया (at random) 8 जोड़ियों में विभाजित कर दिया जाता है। हर जोड़ी के मध्य एक खेल द्वारा एक विजेता सुनिश्चित किया जाना है। मान लीजिए कि प्रत्येक खिलाड़ी समकुराल (equally strong) है।

- (a) खिलाड़ी S_1 के 8 विजेताओं में सम्मिलित होने की प्रायिकता (probability) ज्ञात कीजिए।
 (b) S_1 और S_2 में से एक और केवल एक (exactly one) की 8 विजेताओं में सम्मिलित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (5)

8. मान लीजिए कि $\bar{b}z + b\bar{z} = c$, $b \neq 0$, सम्मिश्र तल (complex plane) में स्थित एक सरल रेखा (straight line) है, जहाँ \bar{b} , b के सम्मिश्र संयुग्मी (complex conjugate) को दर्शाता है। यदि बिन्दु z_1 , बिन्दु z_2 का सरल रेखा से परावर्तन द्वारा बनाया गया प्रतिबिम्ब हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$c = \bar{z}_1 b + z_2 \bar{b}$$
 (5)

9. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{3!}{2(n+3)} = \sum_{r=0}^n (-1)^r \left(\frac{{}^n C_r}{{}^{n+3} C_r} \right)$$
 (5)

10. b के उन सभी धनात्मक मानों (values of $b > 0$) को ज्ञात करें जो परवलय (parabola) $y = x - bx^2$ और $y = \frac{x^2}{b}$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल (area of the bounded region enclosed) को अधिकतम बनाते हों। (5)

11. इस प्रश्न में पाँच अपूर्ण कथन हैं। इन कथनों को इस प्रकार पूर्ण करें कि वे सत्य हो जायें। उत्तर-पुस्तिका में केवल अपने उत्तरों को कथनों के क्रमानुसार लिखिए। (5 × 2 = 10)

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{x \sin x} = \dots\dots\dots$

(ii) संख्याओं {1, 2, 3, , 10} में से तीन संख्याओं को बिना पुनर्स्थापन के (without replacement) यदृच्छया (at random) चुना जाता है, तो चुनी गई संख्याओं में से निम्नतम संख्या के 3 अथवा उच्चतम संख्या के 7 होने की प्रायिकता (probability) होगी।

(iii) वर्षा की एक गोल बूँद के वाष्पित होने की दर (rate of evaporation) किसी भी क्षण (instant) t पर उसके पृष्ठ के क्षेत्रफल के समानुपाती है। वह अवकलन समीकरण (differential equation), जो बूँद की त्रिज्या-परिवर्तन की दर (rate of change of the radius) को दर्शाता है, इस प्रकार है :—
.....

(iv) तीन सदिशों (vectors) \vec{a} , \vec{b} और \vec{c} की लम्बाई (magnitude) क्रमशः 1, 1 और 2 है। यदि $\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{c}) + \vec{b} = \vec{0}$ हो, तो \vec{a} और \vec{c} के बीच का न्यूनकोण (acute angle) होगा।

(v) एक समबाहु त्रिभुज (equilateral triangle) के दो शीर्ष $(-1, 0)$ तथा $(1, 0)$ पर हैं, तथा तीसरा शीर्ष x -अक्ष के ऊपर (above x -axis) है, तब त्रिभुज के परिवृत्त (circumcircle) का समीकरण..... होगा।

12. माना कि $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ तथा $B(1, \frac{1}{\sqrt{3}})$ एक त्रिभुज के शीर्ष (vertices) हैं। क्षेत्र R , ΔOAB के अन्दर स्थित उन बिन्दुओं P द्वारा बना है, जो $d(P, OA) \leq \min(d(P, OB), d(P, AB))$ को संतुष्ट करते हैं। यहाँ d किसी भी बिन्दु से संगत रेखा की दूरी को दर्शाता है। क्षेत्र R का रेखाचित्र खींचिए और उसका क्षेत्रफल भी निकालिए। (5)

13. इस प्रश्न में पाँच अपूर्ण कथन हैं। प्रत्येक कथन को उचित वास्तविक संख्याओं (real numbers) द्वारा इस प्रकार पूर्ण करें कि वह कथन सत्य हो जाये। अपनी उत्तर-पुस्तिका में केवल इन संख्याओं को कथनों के क्रमानुसार लिखिए। (5×2= 10)

(i) माना कि प्रत्येक वास्तविक संख्या x के लिए $F(x) = f(x) g(x) h(x)$, जहाँ $f(x)$, $g(x)$ तथा $h(x)$ अवकलनीय (differentiable) फलन हैं। यदि किसी बिन्दु x_0 पर $F'(x_0) = 21 F(x_0)$, $f'(x_0) = 4 f(x_0)$, $g'(x_0) = -7 g(x_0)$ तथा $h'(x_0) = k h(x_0)$ हों, तो $k = \dots\dots\dots$ है।

(ii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2h) - 2 \ln(1+h)}{h^2} = \dots\dots\dots$

(iii) यदि $\cos(x-y)$, $\cos x$ तथा $\cos(x+y)$ हरात्मक श्रेणी (Harmonic Progression) में हों, तो $\cos x \sec\left(\frac{y}{2}\right) = \dots\dots\dots$ है।

(iv) यदि दो धनात्मक (positive) संख्याओं के मध्य x एक समान्तर माध्य (Arithmetic Mean) है तथा y, z दो गुणोत्तर माध्य (Geometric Means) हैं, तब

$$\frac{y^3 + z^3}{xyz} = \dots\dots\dots$$

(v) एक दीर्घवृत्त (ellipse) में OB एक लघु अर्धवृत्त (semi minor axis) है तथा F और F' उसके फोकस बिन्दु हैं। यदि FBF' एक समकोण है, तो दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता (eccentricity) $\dots\dots\dots$ होगी।

14. यदि A, B, C तीन कोण इस प्रकार हैं कि $A = \frac{\pi}{4}$ तथा $\tan B \tan C = p$, तब p के उन सभी मानों को ज्ञात करें जो A, B, C को एक त्रिभुज के शीर्षकोण बना देते हों। (5)

15. A एवं B अलग-अलग दो जलाशय (reservoirs) हैं। जलाशय A की धारिता (capacity) B की धारिता की दोगुनी है। दोनों जलाशयों को पूर्णतया जल से भरने के पश्चात् उनके अंतर्गम (inlets) बंद कर दिये जाते हैं। अब दोनों जलाशयों से जल एकसाथ छोड़ा जाता है। प्रत्येक जलाशय से जल-निकासी की दर, किसी भी क्षण, उस जलाशय में तत्क्षण निहित जल की मात्रा के समानुपाती है। एक घंटे तक पानी छोड़ने के बाद जलाशय A में जल की मात्रा जलाशय B में जल की मात्रा की $1\frac{1}{2}$ गुनी है। कितने घंटे पश्चात् दोनों जलाशयों में जल की मात्रा समान होगी ? (5)

16. माना कि \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} असमतलीय (noncoplanar) एकक सदिश (unit vectors) हैं जो परस्पर एकसमान कोण θ पर नत (Inclined) हैं। यदि

$$\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$$

हो, तो अदिश (scalars) p , q , r को θ के पदों में ज्ञात कीजिए।

(5)

17. (a) समीकरण

$$2^{|y|} - |2^{y-1} - 1| = 2^{y-1} + 1$$

के समस्त हलों के समुच्चय (set of all solutions) को ज्ञात कीजिए।

(3)

- (b) सारणिक (determinant)

$$\begin{vmatrix} bc & ca & ab \\ p & q & r \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ a , b तथा c किसी हरात्मक श्रेणी (Harmonic Progression) के क्रमशः p वें, q वें तथा r वें पद (terms) हैं।

(2)

— Paper Ends —

Registration Number : 368714

Name :

MAH-97

समय : तीन घंटे

पूर्णांक : 100

निर्देश

1. सभी प्रश्नों के उत्तर केवल आपके प्रवेशपत्र (Admit Card) में प्रदर्शित, आपके द्वारा चुनी हुई, भाषा में ही दीजिए।
 2. इस प्रश्न पत्र में सात मुद्रित पृष्ठ (17 प्रश्न) हैं।
 3. प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के बाद 3 सेमी रिक्त स्थान छोड़कर एक क्षैतिज रेखा खींचिए और उसके बाद ही नये प्रश्न का उत्तर आरम्भ कीजिए।
 4. प्रत्येक प्रश्न के सभी उप-प्रश्नों के उत्तर एक जगह पर उसी क्रम से दीजिए जिस क्रम में वे प्रश्न में दिए गये हैं।
 5. श्रुणात्मक अंक नहीं दिये जायेंगे।
 6. परिकलक (Calculator), परिकलन पट्टिका (Slide rule), ग्राफ पेपर, लघु गणकीय (Logarithmic), त्रिकोणमितीय (Trigonometric) तथा सांख्यिकीय (Statistical) सारणियों का प्रयोग वर्जित है।
-

1. इस प्रश्न में पाँच उप-प्रश्न हैं। प्रत्येक उप-प्रश्न में दिये गये चार विकल्पों में से केवल एक ही उचित है। अपने चुने हुये विकल्प को अपनी उत्तर पुस्तिका में केवल A, B, C अथवा D अक्षर लिख कर दर्शाएँ। उत्तर उसी क्रम में लिखें जिस क्रम में उप-प्रश्न दिये गये हैं।

(5 × 2 = 10)

(i) यदि $g(x) = \int_0^x \cos^4 t dt$, तो $g(x + \pi)$ किसके बराबर है?

(A) $g(x) + g(\pi)$

(B) $g(x) - g(\pi)$

(C) $g(x)g(\pi)$

(D) $\frac{g(x)}{g(\pi)}$

(ii) यदि $f(x) = \frac{x}{\sin x}$ तथा $g(x) = \frac{x}{\tan x}$, जहाँ $0 < x \leq 1$ है, तो इस अन्तराल में

(A) $f(x)$ तथा $g(x)$ दोनों ही वर्द्धमान फलन (increasing functions) हैं

(B) $f(x)$ तथा $g(x)$ दोनों ही ह्रासमान फलन (decreasing functions) हैं

(C) $f(x)$ वर्द्धमान फलन है

(D) $g(x)$ वर्द्धमान फलन है।

(iii) प्राचल (parameter), जिस पर सारणिक (determinant)

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ \cos(p-d)x & \cos px & \cos(p+d)x \\ \sin(p-d)x & \sin px & \sin(p+d)x \end{vmatrix}$$

का मान निर्भर नहीं करता, वह है

(A) a

(B) p

(C) d

(D) x

(iv) फलन $\cos x \cos(x+2) - \cos^2(x+1)$ का लेखाचित्र (graph)

(A) एक सरल रेखा है जो $(0, -\sin^2 1)$ से गुजरती है और जिसकी प्रवणता 2 है

(B) एक सरल रेखा है जो $(0, 0)$ से गुजरती है

(C) एक परवलय (parabola) है जिसका शीर्ष $(1, -\sin^2 1)$ है

(D) एक सरल रेखा है जो $\left(\frac{\pi}{2}, -\sin^2 1\right)$ से गुजरती है तथा जो x -अक्ष के समांतर है।

(v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{2n} \frac{r}{\sqrt{n^2 + r^2}}$ का मान क्या है?

(A) $1 + \sqrt{5}$

(B) $-1 + \sqrt{5}$

(C) $-1 + \sqrt{2}$

(D) $1 + \sqrt{2}$.

2. दीर्घवृत्त (ellipse) $x^2 + 4y^2 = 4$ की कोई स्पर्श रेखा (tangent) दीर्घवृत्त $x^2 + 2y^2 = 6$ को P और Q पर मिलती है। सिद्ध करो कि P और Q पर दीर्घवृत्त $x^2 + 2y^2 = 6$ की स्पर्श रेखायें लम्बवत् (perpendicular) होंगी।

(5)

3. सिद्ध करो कि किसी भी वास्तविक x के लिये फलन (function) $\frac{\sin x \cos 3x}{\sin 3x \cos x}$ का मान $\frac{1}{3}$ और 3 के बीच में नहीं है।

(5)

4. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{2x(1 + \sin x)}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात करें।

(5)

5. मान लो कि $a+b=4$, जहाँ पर $a < 2$ है, तथा $g(x)$ एक अवकलनीय फलन (differentiable function) है। यदि सभी x के लिये $\frac{dg}{dx} > 0$ हो, तो सिद्ध करो कि $(b-a)$ के बढ़ने के साथ साथ

$$\int_0^a g(x) dx + \int_0^b g(x) dx \text{ भी बढ़ता है।}$$

(5)

6. इस प्रश्न में पाँच उप-प्रश्न हैं। प्रत्येक उप-प्रश्न में अधूरे कथन को रिक्त स्थानों द्वारा दर्शाया गया है। प्रत्येक रिक्त स्थान के लिये ऐसा उत्तर निश्चित करें ताकि कथन सत्य हो जाये। उत्तर पुस्तिका में केवल कथन को पूर्ण करने वाला उत्तर ही लिखें। उत्तर उसी क्रम में लिखें जिस क्रम में कथन दिये गये हैं।

(5 × 2 = 10)

- (i) समीकरण $|x-2|^2 + |x-2| - 2 = 0$ के सभी वास्तविक मूलों का योग है।
- (ii) मान लो कि p तथा q समीकरण $x^2 - 2x + A = 0$ के मूल हैं, एवं r तथा s समीकरण $x^2 - 18x + B = 0$ के मूल हैं। यदि $p < q < r < s$ समान्तर श्रेणी (Arithmetic progression) में हैं तो $A = \dots\dots\dots$ तथा $B = \dots\dots\dots$ ।
- (iii) मान लो कि $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = 10\vec{a} + 2\vec{b}$ तथा $\vec{OC} = \vec{b}$, जहाँ O, A तथा C असरेख (non-collinear) बिन्दु हैं। यह भी मान लो कि चतुर्भुज (quadrilateral) $OABC$ का क्षेत्रफल p है तथा उस समान्तर चतुर्भुज (parallelogram), जिसकी OA तथा OC संलग्न (adjacent) भुजायें हैं, का क्षेत्रफल q है। यदि $p = kq$ तो $k = \dots\dots\dots$ ।
- (iv) $(\sqrt{2} + 3^{1/5})^{10}$ के प्रसार (expansion) में परिमेय पदों (rational terms) का योग है।
- (v) मान लो कि सभी पूर्णांक $k \geq 1$ के लिये C_k एक k सेंटीमीटर त्रिज्या (radius) का वृत्त है जिसका केन्द्र मूल बिन्दु (origin) है। एक कण (particle) वृत्त C_k पर वामावर्त दिशा (counter clockwise direction) में k सेंटीमीटर की दूरी पूरी करने के पश्चात् त्रिज्यीय दिशा (radial direction) में चल कर वृत्त C_{k+1} पर पहुँचता है। कण इसी प्रकार गतिमान रहता है। कण बिन्दु $(1, 0)$ से चलना प्रारम्भ करता है। यदि कण x -अक्ष की धनात्मक दिशा को प्रथम बार वृत्त C_n पर पार करता है तो $n = \dots\dots\dots$ ।

7. मान लो कि $0 < A_i < \pi$, जहाँ $i = 1, 2, \dots, n$ है। गणितीय आगमन (mathematical induction) द्वारा सिद्ध करो कि सभी पूर्णाकों $n \geq 1$ के लिये

$$\sin A_1 + \sin A_2 + \dots + \sin A_n \leq n \sin \left(\frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n} \right).$$

{आप इस तथ्य का उपयोग कर सकते हैं कि $p \sin x + (1-p) \sin y \leq \sin[px + (1-p)y]$, जहाँ $0 \leq p \leq 1$ तथा $0 \leq x, y \leq \pi$ हैं।}

8. x के वह मान निकालो जिनके लिये निम्नलिखित फलन सतत (continuous) या अवकलनीय (differentiable) नहीं है :

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 1 \\ (1-x)(2-x), & 1 \leq x \leq 2 \\ 3-x, & x > 2. \end{cases}$$

अपने उत्तर का पुष्टिकरण दें।

9. यदि \vec{A} , \vec{B} तथा \vec{C} सदिश (vector) राशियाँ हैं, जहाँ $|\vec{B}| = |\vec{C}|$, तो सिद्ध करो कि

$$\left[(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{C}) \right] \times (\vec{B} \times \vec{C}) \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = 0.$$

10. मान लो कि z_1 तथा z_2 समीकरण $z^2 + pz + q = 0$ के मूल (roots) हैं, जहाँ गुणांक p तथा q सम्मिश्र संख्यायें (complex numbers) हो सकती हैं। यह भी मान लो कि A तथा B सम्मिश्र समतल (complex plane) में z_1 तथा z_2 को निरूपित (represent) करते हैं। यदि $\angle AOB = \alpha \neq 0$ तथा $OA = OB$, जहाँ O मूलबिन्दु (origin) है, तो सिद्ध करो कि $p^2 = 4q \cos^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)$.

11. इस प्रश्न में पाँच उप-प्रश्न हैं। प्रत्येक उप-प्रश्न में अधूरे कथन को रिक्त स्थानों द्वारा दर्शाया गया है। प्रत्येक रिक्त स्थान के लिये ऐसा उत्तर निश्चित करें ताकि कथन सत्य हो जाये। उत्तर पुस्तिका में केवल कथन को पूर्ण करने वाला उत्तर ही लिखें। उत्तर उसी क्रम में लिखें जिस क्रम में कथन दिये गये हैं।

(5 × 2 = 10)

- (i) मान लो कि $f(x)$ एक सतत फलन (continuous function) है जो अंतराल $1 \leq x \leq 3$ पर परिभाषित (defined) है। यदि $f(x)$ का मान प्रत्येक x के लिये परिमेय (rational) है तथा $f(2) = 10$ है, तो $f(1.5) = \dots$ होगा।

(ii) $\int_1^{e^{37}} \frac{\pi \sin(\pi \ln x)}{x} dx$ का मान है।

(iii) मान लो कि $\frac{d}{dx} F(x) = \frac{e^{\sin x}}{x}$, जहाँ $x > 0$ है। यदि $\int_1^4 \frac{2e^{\sin x^2}}{x} dx = F(k) - F(1)$, तो k का एक संभावित (possible) मान है।

(iv) अन्तराल $(-\pi, \pi)$ में समीकरण $\cos^7 x + \sin^4 x = 1$ के वास्तविक मूल तथा हैं।

(v) सरल रेखा $2x + y = 4$ के प्रत्येक बिन्दु से वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ पर खींची गई युगल स्पर्श रेखाओं (pair of tangents) की संस्पर्श जीवाएँ (chords of contact) बिन्दु से गुजरती हैं।

12. यदि समुच्चय (set) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ में से p तथा q यादृच्छीकृत रूपसे (randomly) प्रतिस्थापन के साथ (with replacement) चुने गये हैं, तो समीकरण $x^2 + px + q = 0$ के मूलों के वास्तविक होने की प्रायिकता (probability) ज्ञात करो।

(5)

13. मान लो कि $u(x)$ तथा $v(x)$ अवकल समीकरणों (differential equations) $\frac{du}{dx} + p(x)u = f(x)$ तथा $\frac{dv}{dx} + p(x)v = g(x)$ को क्रमशः संतुष्ट (satisfy) करते हैं, जहाँ $p(x), f(x)$ तथा $g(x)$ सतत फलन हैं। यदि किसी x_1 के लिये $u(x_1) > v(x_1)$ हो तथा सभी $x > x_1$ के लिये $f(x) > g(x)$ हो तो सिद्ध करो कि कोई भी बिन्दु (x, y) , जहाँ $x > x_1$ है, समीकरणों $y = u(x)$ तथा $y = v(x)$ को संतुष्ट नहीं करेगा।

(5)

14. मान लो कि S एक वर्ग (square) है, जिसका क्षेत्रफल 1 इकाई (unit) है। S की प्रत्येक भुजा पर किसी चतुर्भुज (quadrilateral) का एक शीर्ष (vertex) है। यदि a, b, c तथा d चतुर्भुज की भुजाओं की लम्बाइयाँ हैं, तो सिद्ध करो कि $2 \leq a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \leq 4$.

(5)

15. मान लो कि $f(x) = \text{Maximum} \{x^2, (1-x)^2, 2x(1-x)\}$, जहाँ $0 \leq x \leq 1$ है। वक्रों $y = f(x)$, x -अक्ष, $x = 0$ तथा $x = 1$ द्वारा परिबद्ध प्रदेश (region) का क्षेत्रफल (area) ज्ञात करो।

(5)

16. पूर्णांकों $n \geq 3$ के लिये सिद्ध करो कि $\sum_{k=1}^{n-1} (n-k) \cos \frac{2k\pi}{n} = -\frac{n}{2}$ ।

(5)

17. मान लो कि C एक वृत्त है जिसका केन्द्र $(0, \sqrt{2})$ है। सिद्ध करो कि C पर अधिक से अधिक दो परिमेय (rational) बिन्दु हो सकते हैं।

(एक परिमेय बिन्दु वह बिन्दु है जिसके दोनों निर्देशांक परिमेय संख्यायें होती हैं।)

(5)

—समाप्त—

PH(H)

भौतिकी
1997

समय : तीन घण्टे

पूर्णांक : 100

सूचना :

1. इस प्रश्न पत्र में 15 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के बाद 3 सेमी रिक्त स्थान छोड़कर एक श्रेणिल रेखा खींचिए और उसके बाद ही नये प्रश्न का उत्तर आरम्भ कीजिए। बायें हाशिये में संगत (corresponding) प्रश्न संख्या अवश्य लिखिए।
2. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. उत्तर केवल आपके प्रवेशपत्र (Admit Card) में प्रदर्शित आपके द्वारा चुनी हुई भाषा में लिखे जाने चाहिए।
4. अपने उत्तरों में केवल अरबी अंकों (Arabic numerals) (0, 1, 2, 9) का प्रयोग कीजिए, चाहे उत्तर लिखने के लिए आपकी चयनित भाषा कोई भी हो।
5. ऋणात्मक अंकन नहीं होगा।
6. प्रश्न पत्र के दायीं ओर किनारे पर कोष्ठकों में दिये गये अंक प्रश्नों / उप-प्रश्नों के पूर्णांक दर्शाते हैं।
7. प्रत्येक प्रश्न के सभी उप-प्रश्नों के उत्तर एक जगह पर दीजिए।
8. लघुगणकीय सारणी (Logarithmic Tables) के प्रयोग की अनुमति है।
9. गणन पट्टिका (Slide Rule) / परिकलक (Calculator) का प्रयोग वर्जित है।

उपयोगी आंकड़े :

गुरुत्वीय त्वरण	$g = 10 \text{ ms}^{-2}$
आवोगाद्रो संख्या	$N_A = 6.025 \times 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$
सार्वत्रिक गैस नियतांक	$R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
हवा में ध्वनि का वेग	$v = 330 \text{ ms}^{-1}$
निर्वात में प्रकाश का वेग	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
प्लांक नियतांक	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$
इलेक्ट्रॉन का आवेश	$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान	$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
प्रोटॉन का द्रव्यमान	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
रिडबर्ग नियतांक	$R_\infty = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
	$1/(4\pi\epsilon_0) = 9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$
	$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

1. इस प्रश्न के प्रत्येक उप-प्रश्न में उत्तर के लिए चार विकल्प दिये गये हैं जिनमें से केवल एक विकल्प सही / बेध है। सही/बेध विकल्प का चयन कीजिए तथा संबंधित अक्षर a, b, c अथवा d को अपनी उत्तर पुस्तिका में उप-प्रश्न के क्रमांक के सामने लिखिए। आपके उत्तरों में उप-प्रश्नों का क्रम वही होना चाहिए जो प्रश्नपत्र में है। (15 × 1 = 15)

(i) m द्रव्यमान का एक पिण्ड एकसमान वेग से x -अक्ष के समान्तर, मूल बिन्दु से दूर, एक रेखा पर चल रहा है। मूल बिन्दु के सापेक्ष (with respect to origin) इसका कोणीय संवेग (angular momentum) (a) शून्य है। (b) स्थिर रहता है। (c) बढ़ता जाता है। (d) घटता जाता है।

(ii) 450 Hz वाली एक सीटी एक स्थिर प्रेक्षक की ओर 33 m/s की गति से बढ़ रही है। प्रेक्षक द्वारा सुनी गई आवृत्ति (frequency) का मान (Hz में) (a) 409 (b) 429 (c) 517 (d) 500 है।

(iii) एक नेत्र चिकित्सक द्वारा निर्धारित चश्मा एक उत्तल लेन्स (convex lens) और एक अवतल लेन्स (concave lens) के संयोग से बना है। उत्तल लेन्स की फोकल दूरी (focal length) 40 cm और अवतल लेन्स की फोकल दूरी 25 cm है। इस संयोग से बने लेन्स की क्षमता डाइऑप्टर्स (diopters) में (a) +1.5 (b) -1.5 (c) +6.67 (d) -6.67 है।

(iv) m द्रव्यमान का एक वियुक्त कण (isolated particle) क्षैतिज तल ($x-y$) में, x -अक्ष की दिशा में (along the x -axis) जमीन से कुछ ऊँचाई पर चल रहा है। अचानक यह $m/4$ और $3m/4$ के दो खंडों में विस्फोटित हो जाता है। अगर विस्फोट के तुरन्त बाद छोटा खंड $y = +15$ cm पर हो, तो इसी क्षण में बड़ा खंड (a) $y = -5$ cm (b) $y = +20$ cm (c) $y = +5$ cm (d) $y = -20$ cm पर होगा।

(v) एक कृत्रिम उपग्रह पृथ्वी के चारों ओर वृत्ताकार कक्षा में चक्कर लगा रहा है। यदि इसकी संपूर्ण (गतिज + स्थितिज) ऊर्जा E_0 है, तो इसकी स्थितिज ऊर्जा (a) $-E_0$ (b) $1.5 E_0$ (c) $2 E_0$ (d) E_0 होगी।

(vi) 300 K पर ऑक्सीजन गैस के अणुओं की औसत स्थानांतरीय ऊर्जा (average translational energy) व वर्ग माध्य मूल गति (rms speed) क्रमशः 6.21×10^{-21} J और 484 m/s है। ऑक्सीजन का आचरण आदर्श गैस जैसा मानते हुए 600 K पर इनके लगभग मान क्रमशः (a) 12.42×10^{-21} J, 968 m/s (b) 8.78×10^{-21} J, 684 m/s (c) 6.21×10^{-21} J, 968 m/s (d) 12.42×10^{-21} J, 684 m/s होंगे।

(vii) एक इलेक्ट्रॉन (द्रव्यमान m_e) जो प्रारम्भ में शून्य गति स्थिति में है, एकसमान विद्युत्-क्षेत्र (uniform electric field) में एक निश्चित दूरी तय करने में t_1 समय लेता है। एक प्रोटॉन (द्रव्यमान m_p) भी जो प्रारम्भ में शून्य गति स्थिति में है, उसी एकसमान विद्युत्-क्षेत्र में उतनी ही दूरी तय करने में t_2 समय लेता है। गुरुत्वाकर्षण बल को उपेक्षणीय मानते हुए, t_2/t_1 का अनुपात लगभग

- (a) 1 (b) $(m_p/m_e)^{1/2}$
(c) $(m_e/m_p)^{1/2}$ (d) 1836
होगा।

(viii) एक असमान अनुप्रस्थ परिच्छेदित क्षेत्र (non-uniform cross-section) वाले धातु चालक में अपरिवर्ती धारा (steady current) बह रही है। इस स्थिति में चालक की अनुलम्बाई में (along the length) जो राशि / राशियाँ स्थिर रहती है/हैं, वह/वे है/हैं

- (a) धारा (current), विद्युत्-क्षेत्र (electric field) और अपवाह वेग (drift speed)
(b) केवल अपवाह वेग
(c) धारा और अपवाह वेग
(d) केवल धारा

(ix) सूर्य और नार्थ स्टार के विकिरण की तीव्रता का अधिकतम मान क्रमशः 510 nm और 350 nm तरंगदैर्घ्य (wavelength) पर है। यदि ये तारे कृष्णिकाओं (black bodies) की तरह आचरण करते मान लिये जायें, तो सूर्य और नार्थ स्टार की सतह के तापमानों (surface temperatures) का अनुपात

- (a) 1.46 (b) 0.69 (c) 1.21 (d) 0.83
होगा।

(x) टंगस्टन से K_{α} X-किरणों का उत्सर्जन (emission) 0.021 nm तरंगदैर्घ्य पर होता है। इस परमाणु के K और L ऊर्जा-स्तरों (energy levels) का अंतर लगभग

- (a) 0.51 MeV (b) 1.2 MeV (c) 59 keV (d) 13.6 eV
होगा।

(xi) एक अचालक रिंग (non-conducting ring), जिसकी त्रिज्या 0.5 m है, तथा जिसकी परिधि पर $1.11 \times 10^{-10} \text{C}$ का आवेश (charge) असमान रूप से वितरित है, अपने चारों ओर विद्युत्क्षेत्र (electric field) E उत्पन्न करता है। अगर $r=0$ रिंग का केन्द्र हो, तो

- $\int_{l=-\infty}^{l=0} -E \cdot dl$ का मान
(a) +2 V (b) -1 V (c) -2 V (d) शून्य
होगा।

(xii) $0.1 \text{ M}\Omega$ का एक प्रतिरोधक (resistor) और $10 \mu\text{F}$ का एक संधारित्र (capacitor) समान्तर संयोग में, 1.5 V के स्रोत से, जुड़े हैं। स्रोत का प्रतिरोध (resistance) उपेक्षणीय है। संधारित्र को 0.75 V तक आवेशित होने के लिए आवश्यक समय (सेकण्डों में) लगभग

- (a) ∞ (b) $\log_e 2$ (c) $\log_{10} 2$ (d) शून्य
होगा।

(xiii) जब एक अर्धचालक (semiconductor) पर 2480 nm से छोटी तरंगदैर्घ्य (wave-length) वाला विद्युत्-चुम्बकीय विकिरण पड़ता है, तो इसकी विद्युत्-चालकता बढ़ती है। इस अर्धचालक का बैंड-अंतराल (Band Gap)

- (a) 0.9 eV (b) 0.7 eV (c) 0.5 eV (d) 1.1 eV

है।

(xiv) अग्रदिशिक (forward) तथा पश्चदिशिक (reverse) बायस (bias) सिलिकन $p-n$ जंक्शन में आवेश-वाहकों के चलन (motion) की मुख्य विधि (mechanism)

- (a) अग्रदिशिक बायस में अपवाह (drift) और पश्चदिशिक में विसरण (diffusion)
(b) अग्रदिशिक बायस में विसरण और पश्चदिशिक में अपवाह
(c) दोनों में विसरण
(d) दोनों में अपवाह होती है।

(xv) दो समभारिक परमाणुओं ${}_{29}\text{Cu}^{64}$ और ${}_{30}\text{Zn}^{64}$ के द्रव्यमान क्रमशः 63.9298 u और 63.9292 u हैं। इन आंकड़ों से निष्कर्ष निकल सकता है कि

- (a) दोनों समभारिक परमाणु स्थायी हैं।
(b) Zn^{64} रेडियोधर्मी है जो β -क्षय (decay) द्वारा Cu^{64} में क्षयमान हो रहा है।
(c) Cu^{64} रेडियोधर्मी है जो γ -क्षय (decay) द्वारा Zn^{64} में क्षयमान हो रहा है।
(d) Cu^{64} रेडियोधर्मी है जो β -क्षय (decay) द्वारा Zn^{64} में क्षयमान हो रहा है।

2. एक पतली छड़, जिसका द्रव्यमान (mass) उपेक्षणीय (negligible) है और अनुप्रस्थ परिच्छेदित क्षेत्र (area of cross-section) $4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ है, अपने एक सिरे से ऊर्ध्वाधर लटकाई गई है। 100°C पर इस छड़ की लम्बाई 0.5 m है। इस छड़ को 0°C तक ठंडा किया गया, पर इसके निचले सिरे पर एक द्रव्यमान लटकाकर इसको सिकुड़ने से रोका गया। ज्ञात कीजिए कि (i) कितना द्रव्यमान लटकाया गया और (ii) छड़ में कितनी ऊर्जा संचित है ? दिया गया है कि छड़ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक (Young's modulus) = 10^{11} N/m^2 , अनुदैर्घ्य प्रसार गुणांक (Coefficient of linear expansion) = 10^{-5} K^{-1} और $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ (5)

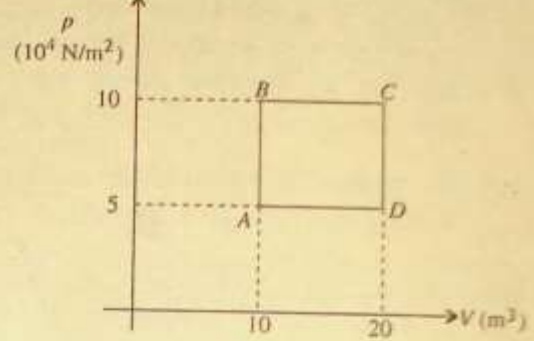
3. दोहरे शीशे वाली एक खिड़की (a double-pane window) कमरे के ऊष्मारोधन (thermal insulation) के काम में आती है। ऐसी एक खिड़की शीशे की दो पट्टियों से बनी है। प्रत्येक पट्टी का क्षेत्रफल 1 m^2 और मोटाई 0.01 m है। दोनों पट्टियों के बीच 0.05 m मोटाई की स्थायी हवा की एक परत है। स्थायी अवस्था में, कमरा-शीशा अंतरापृष्ठ (Room-glass interface) और शीशा-वायुमण्डल अंतरापृष्ठ (glass-outermost interface) के तापमान क्रमशः 27°C और 0°C पर स्थिर हैं। खिड़की से ऊष्मा-प्रवाह की गति (rate of heat flow) ज्ञात कीजिए। इस अवस्था में बाकी अंतरापृष्ठ तापमानों (interface temperatures) को भी ज्ञात कीजिए। शीशे और हवा की ऊष्मा-चालकताएँ (thermal conductivities) क्रमशः 0.8 और $0.08 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ हैं। (5)

4. यूरेनियम के एक अयस्क (ore) में U^{238} और Pb^{206} के न्यूक्लियाई (nuclei) का अनुपात 3 है। अगर अयस्क में वर्तमान संपूर्ण Pb , U^{238} का ही अन्तिम स्थिर उत्पाद (final stable product) है, तो अयस्क की आयु ज्ञात कीजिए। U^{238} की अर्ध-आयु (half-life) = 4.5×10^9 वर्ष मानिए। (5)

5. एक खुले आर्गन पाइप (open organ pipe) की प्रथम अधिलव (first overtone) एक बंद आर्गन पाइप (closed organ pipe) की प्रथम अधिलव से 2.2 Hz आवृत्ति (frequency) से विस्पन्दित (beats) होती है। बंद आर्गन पाइप की मूल आवृत्ति (fundamental frequency) 110 Hz है। आर्गन पाइपों की लम्बाइयाँ ज्ञात कीजिए। (5)

6. एक-परमाणुक (monoatomic), आदर्श (ideal) गैस He के 2 kg नमूने को प्रक्रम (process) ABC से और उसी गैस के एक अन्य 2 kg नमूने को प्रक्रम ADC से ले जाया जाता है। (चित्र 6 देखिए), (He गैस का अणुभार (molecular mass) = 4)

- (i) A, B, C और D अवस्थाओं में He का तापमान ज्ञात कीजिए।
 (ii) बाद में क्या यह बता सकते हैं कि कौन-सा नमूना प्रक्रम ABC से ले जाया गया है और कौन-सा नमूना प्रक्रम ADC से ले जाया गया है? (उत्तर केवल हाँ या नहीं में दें।)
 (iii) प्रक्रम ABC और प्रक्रम ADC में कितनी-कितनी ऊष्मा प्रवाहित (involved) हुई?



चित्र 6

(5)

7. यंग के प्रयोग (Young's experiment) में प्रयुक्त लाल प्रकाश का तरंगदैर्घ्य (wavelength) $\lambda = 7 \times 10^{-7} \text{ m}$ है। जब एक पतली काँच की पट्टिका, जिसका अपवर्तनांक (refractive index) उपर्युक्त लाल प्रकाश के लिए 1.5 है, को व्यतिकारी किरणपुंज (interfering beams) में से एक के पथ में रखा जाता है, तो केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज (central bright fringe) 10^{-3} m से विस्थापित होकर उस जगह पहुँच जाता है जहाँ पहले पाँचवाँ दीप्त फ्रिन्ज था। काँच पट्टिका की मोटाई ज्ञात कीजिए। जब लाल प्रकाश की जगह हरा प्रकाश जिसका तरंगदैर्घ्य $5 \times 10^{-7} \text{ m}$ है, प्रयोग करते हैं, तब केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज विस्थापित होकर उस जगह पहुँच जाता है जहाँ प्रारम्भ में लाल प्रकाश के प्रयोग के समय छठा दीप्त फ्रिन्ज था। हरे प्रकाश के लिए काँच पट्टिका का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए। तरंगदैर्घ्य के परिवर्तन से फ्रिन्ज की चौड़ाई में आये परिवर्तन का भी आकलन (estimate) कीजिए।

(5)

8. निम्नलिखित प्रश्नों में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। अपनी उत्तर-पुस्तिका में उप-प्रश्न क्रमांक a, b, लिखकर उसके प्रत्येक रिक्त स्थान/स्थानों के लिए उत्तर लिखिए। आपके उत्तर उसी अनुक्रम में होने चाहिए जैसे प्रश्न पत्र में हैं।

(10 × 2 = 20)

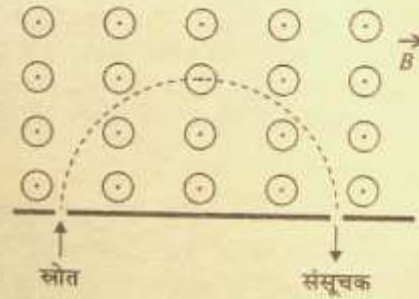
- (a) ऊर्ध्वाधर समतल (vertical plane) में एक प्रक्षेपास्त्र (projectile) का प्रक्षेप-पथ (trajectory) $y = ax - bx^2$ है, जहाँ a एवं b स्थिरांक हैं। x और y क्रमशः प्रक्षेप बिन्दु (point of projection) से प्रक्षेपास्त्र की क्षैतिज (horizontal) व ऊर्ध्वाधर (vertical) दूरियाँ हैं। इस प्रक्षेपास्त्र की अधिकतम ऊँचाई है और क्षैतिज से प्रक्षेप कोण (angle of projection) है।

- (b) विद्युत्-चालकता की विमा (dimensions) है।

- (c) सूर्य के गिर्द पृथ्वी के कक्षीय कोणीय संवेग (orbital angular momentum) और पृथ्वी के द्रव्यमान का अनुपात $4.4 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}$ है। पृथ्वी की कक्षा द्वारा घेरा हुआ क्षेत्रफल लगभग m^2 है।

PH(H)

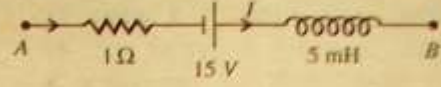
- (d) एक गैस तापमापी (gas thermometer) को तापमान मापने के लिए मानक तापमापी (standard thermometer) के रूप में प्रयुक्त किया जाता है। जब तापमापी के गैस-कंटेनर को पानी में, जो त्रिक बिन्दु (triple point) 273.16 K पर है, डुबाया जाता है, तो गैस तापमापी में दबाव $3.0 \times 10^4\text{ N/m}^2$ पाया जाता है। जब इसी तापमापी के गैस-कंटेनर को किसी दूसरे सिस्टम (System) में डुबोते हैं, तो गैस का दबाव $3.5 \times 10^4\text{ N/m}^2$ पाया जाता है। दूसरे सिस्टम का तापमान $^{\circ}\text{C}$ है।
- (e) m द्रव्यमान और R त्रिज्या की एक एकसमान चक्रिका (uniform disc) एक प्रवणता समतल (inclined plane), जो क्षैतिज से 30° का कोण बनाता है, पर ऊपर की ओर बेलनी-गति (rolling) से जा रही है। यदि गतिज (kinetic) और स्थिर (static) दोनों ही घर्षण गुणांक (coefficients of friction) μ हों और केवल गुरुत्वाकर्षण और घर्षण बल ही चक्रिका के ऊपर लगे हों, तो घर्षण बल का मान और इसकी दिशा प्रवणता समतल पर की ओर है। ('ऊपर' या 'नीचे' लिखें।)
- (f) यदि हाइड्रोजन परमाणु $n=5$ से $n=1$ दशा में जाने पर एक फोटॉन निष्कासित करता है, तो हाइड्रोजन परमाणु का प्रतिक्षिप्त वेग (recoil speed) m/s होगा।
- (g) एक स्लिट, जिसकी चौड़ाई d है और जो एक 0.5 m फोकल दूरी वाले लेन्स के सामने रखी है, को $5.89 \times 10^{-7}\text{ m}$ तरंगदैर्घ्य के प्रकाश से अभिलम्बवत् प्रकाशित किया जाता है। यदि मुख्य विवर्तन महत्तम (central diffraction maximum) के दोनों ओर प्रथम विवर्तन न्यूनतम (first diffraction minimum) के बीच की दूरी $2 \times 10^{-3}\text{ m}$ है, तो स्लिट की चौड़ाई (d) m है।
- (h) चित्र 8(h) में दर्शाया एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र (uniform magnetic field) \vec{B} और स्लिट समुदाय (slit system) उच्च ऊर्जा वाले आवेशित कणों (high energy charged particles) के लिए संवेग फिल्टर (momentum filter) का काम करता है। B टेसला मान के चुम्बकीय क्षेत्र पर यह फिल्टर 5.3 MeV ऊर्जा वाले हर α -कण का संचार (transmits) करता है। जब चुम्बकीय क्षेत्र का मान $2.3 B$ टेसला कर दिया जाता है और फिल्टर से ड्यूटेरॉनों (deuterons) का संचार (pass) किया जाता है, तो फिल्टर से संचारित हर ड्यूटेरॉन की ऊर्जा MeV है।



चित्र 8(h)

- (i) एक समतल प्रगामी तरंग (plane progressive wave), जिसकी आवृत्ति (frequency) 25 Hz , आयाम (amplitude) $2.5 \times 10^{-5}\text{ m}$ और प्रारम्भिक कोणांक (initial phase) शून्य है, ऋणात्मक x -अक्ष के साथ-साथ (along the negative x -direction) की ओर 300 m/s की गति से संचरित (propagate) होती है। दो बिन्दुओं, जो संचरित रेखा पर एक-दूसरे से 6 m की दूरी पर हैं, के दोलनों (oscillations) के बीच किसी भी क्षण कोणांक अन्तर (phase difference) तथा आयाम अन्तर m है।

(j) चित्र 8 (j) में दर्शाया गया परिपथ (network) एक पूर्ण परिपथ (circuit) का हिस्सा है। यदि किसी क्षण परिपथ में धारा $I = 5 \text{ A}$ हो और यह 10^3 A/s की दर से घट रही हो, तो $V_B - V_A = \dots\dots\dots \text{ V}$ है।

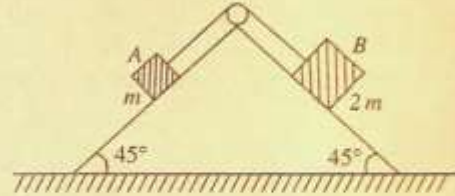


चित्र 8(j)

9. ऊपर से खुले, एक बड़े पात्र का द्रव्यमान (mass) उपेक्षणीय है और उसका अनुप्रस्थ परिच्छेदित क्षेत्र (area of cross-section) A है। पात्र एक चिकने क्षैतिज फर्श (smooth horizontal floor) पर रखा है और इसमें ρ घनत्व (density) और m_0 द्रव्यमान का द्रव (liquid) भरा है। इसकी एक पार्श्व दीवार में पेंदे के पास एक छोटा-सा छेद है जिसका अनुप्रस्थ परिच्छेदित क्षेत्र $A/100$ है। यदि समय $t = 0$ पर द्रव छेद से क्षैतिज दिशा में, बहना शुरू करे, तो

- (i) पात्र का त्वरण (acceleration) ज्ञात कीजिए तथा
- (ii) जब 75% द्रव बह गया हो, तब पात्र का वेग ज्ञात कीजिए। (5)

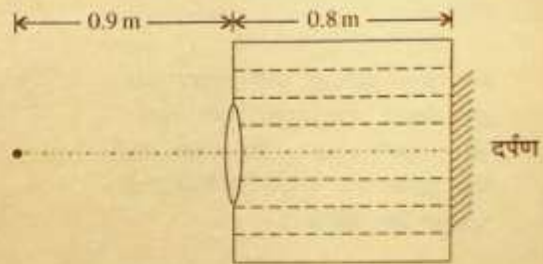
10. दो गुटके A और B, जिनके द्रव्यमान क्रमशः m और $2m$ हैं, एक द्रव्यमान-रहित (massless), अविस्तार्य (inextensible) धागे और घर्षणरहित घिरनी (frictionless pulley) द्वारा एक स्थायी त्रिकोणीय वेज (triangular wedge) पर चित्र 10 के अनुसार रखे हुए हैं। वेज दोनों तरफ क्षितिज से 45° का कोण बनाता है। गुटका A और वेज तथा गुटका B और वेज के बीच घर्षण गुणांक (coefficient of friction) क्रमशः $2/3$ और $1/3$ हैं। यदि यह गुटकों का समूह विराम-अवस्था से छोड़ा जाये, तो ज्ञात कीजिए —



चित्र 10

- (i) A का त्वरण
- (ii) धागे में तनाव तथा
- (iii) गुटके A पर लगने वाले घर्षण बल का परिमाण और दिशा (5)

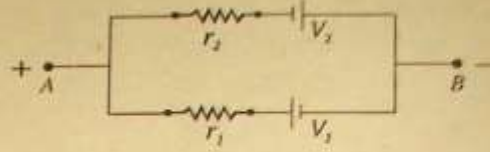
11. पानी से भरे टैंक की एक पार्श्व दीवार में हुए एक छेद को काँच के एक पतले समोत्तल (equiconvex) लेन्स से बंद किया गया है। समोत्तल लेन्स का हवा में अपवर्तनांक (refractive index) $\mu = 3/2$ और उसकी फोकल दूरी 0.3 m है। जल का अपवर्तनांक $4/3$ है। टैंक में लेन्स के ठीक विपरीत दूसरी दीवार पर एक समतल दर्पण इस तरह रखा है कि लेन्स का मुख्य अक्ष दर्पण पर अभिलम्ब है (चित्र 11)। लेन्स और दर्पण के बीच की दूरी 0.8 m है। एक छोटी वस्तु, टैंक के बाहर, लेन्स के सामने व उसके अक्ष पर, लेन्स से 0.9 m की दूरी पर रखी गयी है। चित्र 11 में दिखाई गई व्यवस्था (system) द्वारा बने वस्तु के प्रतिबिम्ब की लेन्स से दूरी बताइए।



चित्र 11

(5)

12. दो बैटरियाँ, जिनके विद्युत्-वाहक बल (emf) V_1 और V_2 तथा आन्तरिक प्रतिरोध (internal resistance) क्रमशः r_1 और r_2 हैं, एक समान्तर संयोग में चित्र 12 में दर्शाये गये ध्रुवणा (polarity) के अनुसार जुड़ी हैं। एक अकेली बैटरी, जो इस संयोग के तुल्यमान (equivalent) हो, का विद्युत्-वाहक बल (V) तथा आन्तरिक प्रतिरोध (r) ज्ञात कीजिए।



चित्र 12

(5)

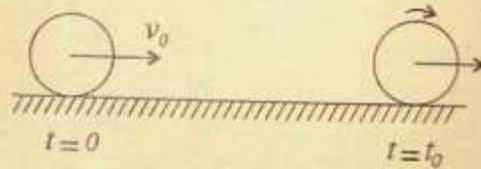
13. एक अति-सूक्ष्म छड़ चुम्बक (bar magnet), जिसका द्विध्रुव आघूर्ण (dipole moment) \vec{M} है, \hat{x} दिशा में इंगित करता है और उसी दिशा में v गति से चल रहा है। 'a' त्रिज्या का एक छोटा बंद वर्तुल चालकीय लूप (closed circular conducting loop), जिसका स्वप्रेरकत्व (self-inductance) उपेक्षणीय है, $y-z$ तल में है। लूप का केन्द्र $x=0$ है तथा इसका अक्ष (axis) x -अक्ष से संपाती (coincident) है। यदि लूप का विद्युत्-प्रतिरोध R है, तो छड़ चुम्बक को रोकने वाले बल का मान ज्ञात कीजिए। मानिए कि छड़ चुम्बक की लूप के केन्द्र से दूरी $x \gg a$ है।
14. एक क्षरणीय (leaky) समान्तर पट्टिका संधारित्र (parallel plate capacitor) पूरी तरह से एक पदार्थ से भरा है, जिसका परावैद्युतांक $\kappa = 5$ और विद्युत्-चालकता (electrical conductivity) $\sigma = 7.4 \times 10^{-12} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ है। यदि $t = 0$ सेकण्ड पर पट्टिका पर आवेश $q = 8.85 \mu\text{C}$ हो, तो समय $t = 12$ सेकण्ड पर क्षरण धारा (leakage current) ज्ञात कीजिए।

(5)

15. एक एकसमान चक्रिका (uniform disc) का द्रव्यमान (mass) m और त्रिज्या (radius) R है। चक्रिका को एक खुरदरे क्षैतिज फर्श (Rough Horizontal Floor) पर v_0 वेग से क्षैतिज में (horizontally) इस प्रकार प्रक्षेपित किया जाता है कि समय $t = 0$ पर चक्रिका की गति पूर्णतः सर्पी-गति (purely sliding motion) से प्रारम्भ होती है परन्तु समय $t = t_0$ पर चक्रिका पूर्णतः बेलनी-गति (purely rolling motion) प्राप्त कर लेती है। (चित्र 15 देखिए।)

(i) समय t_0 पर चक्रिका के संघति-केन्द्र (centre of mass) का वेगमान ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि घर्षण गुणांक (coefficient of friction) μ हो, तो t_0 का मान ज्ञात कीजिए तथा घर्षण बल द्वारा किया गया समय-निर्भर कार्य और समय $t \gg t_0$ पर घर्षण बल द्वारा किया गया संपूर्ण कार्य (total work) ज्ञात कीजिए।



चित्र 15

(5)

— Paper Ends —

Registration Number : 368714

Name : _____

PHH-97

समय : तीन घंटे

पूर्णांक : 100

निर्देश

1. सभी प्रश्नों के उत्तर केवल आपके प्रवेशपत्र (Admit Card) में प्रदर्शित, आपके द्वारा चुनी हुई, भाषा में दीजिए।
2. इस प्रश्न पत्र में आठ मुद्रित पृष्ठ (16 प्रश्न) हैं।
3. प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के बाद 3 सेमी रिक्त स्थान छोड़कर एक क्षैतिज रेखा खींचिए और उसके बाद ही नये प्रश्न का उत्तर आरम्भ कीजिए।
4. प्रत्येक प्रश्न के सभी उप-प्रश्नों के उत्तर एक जगह पर उसी क्रम से दीजिए जिस क्रम में वे प्रश्न में दिए गये हैं।
5. कृपान्वक अंक नहीं दिये जायेंगे।
6. गणक (Calculator) का प्रयोग वर्जित है।
7. लघुगणकीय सारणी (Logarithmic Tables) के प्रयोग की अनुमति है।

उपयोगी आंकड़े :

गुरुत्वीय त्वरण	$g = 9.8 \text{ m/s}^2$
निर्वात में प्रकाश का वेग	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$
प्लांक नियतांक	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$
इलेक्ट्रॉन का आवेश	$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान	$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
H-परमाणु में इलेक्ट्रॉन की वन्यत ऊर्जा	$= 13.6 \text{ eV}$
	$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

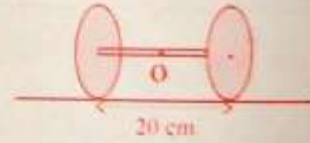
1. एक गाड़ी $+x$ दिशा में 4 m/s के वेग से जा रही है। गाड़ी पर बैठा व्यक्ति अपने सापेक्ष (relative to himself) 6 m/s के वेग से एक पत्थर फेंकता है। गाड़ी के निर्देश तंत्र में (frame of reference) पत्थर $y-z$ समतल में उर्ध्व z दिशा से 30° का कोण बनाते हुए फेंका जाता है। अपने प्रपथ के सबसे ऊँचे बिन्दु पर वह पत्थर अपने ही समान द्रव्यमान के एक अन्य पिण्ड से टकराता है जो एक पड़की डाल से L लम्बाई के धागे से लटका है। पत्थर व पिण्ड के बीच में संघट्टन पूरी तरह अप्रत्यास्थ है (completely inelastic collision) जिसमें पत्थर पिण्ड के अंदर धंस जाता है।

- (i) संयुक्त पिण्ड की गति, संघट्टन के तुरंत बाद, जमीन पर खड़े एक प्रेक्षक के सापेक्ष में ज्ञात करें।
 (ii) यदि अपनी पंरवर्ती गति में धागे के क्षैतिज दिशा के समांतर हो जाने पर उसमें तनाव शून्य हो जाता है, तो उसकी-लम्बाई L ज्ञात करें। (5)

2. $m_1 = 10 \text{ kg}$ तथा $m_2 = 5 \text{ kg}$ द्रव्यमान के दो गुटके एक दूसरे से 0.3 m लम्बे द्रव्यमान रहित व खिंचने वाले (inextensible) धागे से जुड़े हैं। ये गुटके एक घूर्णी मंच (turntable) के व्यास (diameter) पर रखे हुए हैं। m_1 व मंचके बीच घर्षण गुणांक 0.5 है, जबकी m_2 और मंच के बीच कोई घर्षण नहीं है। मंच 10 rad/s के कोणीय वेग से केन्द्र O से गुजरते हुए ऊर्ध्व अक्ष के गिर्द घूर्णन कर रहा है। गुटके मंच के व्यास पर केन्द्र के दोनों ओर इस प्रकार रखे गये हैं कि m_1 की दूरी O से 0.124 m है। घूर्णी मंच पर बैठे प्रेक्षक के सापेक्ष गुटके विराम अवस्था में हैं।

- (i) m_1 पर घर्षण बल ज्ञात करें।
 (ii) घूर्णी मंच का न्यूनतम कोणीय वेग क्या होना चाहिए कि गुटके अपने वर्तमान स्थान से फिसल जाएं ?
 (iii) गुटके किस प्रकार रखे जाने चाहिए कि m_1 पर घर्षण बल शून्य हो जाए व धागा कसा रहे ? (5)

3. 2 kg द्रव्यमान और 10 cm त्रिज्या की दो पूर्णतया समान वृत्ताकार चक्रिकायें (circular disks) एक द्रव्यमान रहित 20 cm लम्बी छड़ द्वारा इस प्रकार जुड़ी हैं कि छड़का अक्ष चक्रिकाओं के समतलके लम्बवत है, व दोनों चक्रिकाओं के केन्द्र से गुजरता है (चित्र 3)। इस रचना (construction) को एक ट्रक पर इस प्रकार रखा गया है कि छड़ का अक्ष क्षैतिज है तथा अक्ष ट्रक के वेग की दिशा के लम्बवत है। ट्रक की सतह व चक्रिकाओं के बीच इतना घर्षण है कि वे ट्रक पर बिना फिसले लुढ़क सकती हैं (roll without slipping)। ट्रकके वेग की दिशा को x -अक्ष तथा ऊपरी ऊर्ध्व दिशा को z -अक्ष मानिये। यदि ट्रक का त्वरण 9 m/s^2 है तो :



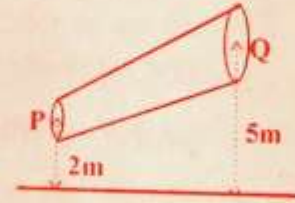
चित्र 3

- (i) प्रत्येक चक्रिका पर घर्षण बल ज्ञात करें।
 (ii) रचना के संतुलन-केन्द्र O के गिर्द प्रत्येक चक्रिका पर लगनेवाले घर्षण बल आघूर्ण (torque) का परिमाण व दिशा ज्ञात करें। बल आघूर्ण को सदिश रूपमें एकांक सदिशों $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ (जो x, y, z दिशा में हैं) के माध्यम से अभिव्यक्त करें। (5)

4. स्तंभ I में कुछ भौतिक राशियों की वही है जिनकी ऊर्जा के सन्निकट मान के लिये विकल्प स्तंभ II में दिये गये हैं। सही/श्रेष्ठ विकल्प को पहिचान कर उसके मान का क्रमांक (A, B, ...) उप-प्रश्न के क्रमांक (i, ii, ...) के सामने लिखिये। आपके उत्तर में भौतिक राशियों का क्रम वही हो जैसा कि स्तंभ I में दिया गया है। (4 × 1 = 4)

स्तंभ I	स्तंभ II
(i) तापीय न्यूट्रॉन की ऊर्जा	(A) 0.025 eV
(ii) क्ष-किरण (x-ray) की ऊर्जा	(B) 0.5 eV
(iii) प्रति न्यूक्लियॉन की बंधन ऊर्जा	(C) 3 eV
(iv) धातु की प्रकाश विद्युतीय देहली	(D) 20 eV
	(E) 10 keV
	(F) 8 MeV

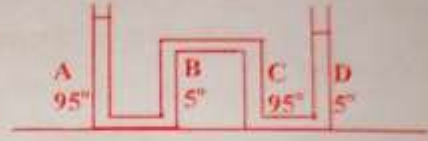
5. एक अस्मान (Non-viscous) द्रव, जिसका घनत्व (1000 kg/m^3) स्थायी है, एक धारारेखी प्रवाह (streamline motion) में परिवर्ती अनुप्रस्थ काट (variable cross section) की एक नली में बह रहा है, (चित्र 5)। नली ऊर्ध्व समतल में अन्त (inclined) रखी है। P व Q बिन्दुओं पर, जिनकी ऊँचाई क्रमशः 2 व 5 मीटर है, नली का अनुप्रस्थ काट क्रमशः $4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ व $8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ है। बिन्दु P पर द्रव का वेग 1 m/s है। द्रव के बिन्दु P से Q तक प्रवाह के अंतराल में दाब व गुरुत्वाकर्षण बलों द्वारा किया गया कार्य, प्रति एकांक आयतन (per unit volume) ज्ञात करें।



चित्र 5

- (5)
6. f आवृत्ति (frequency) की धुन बजाना हुआ एक बेंड एक दीवार की ओर u_b गति से जा रहा है। एक कार u_c गति से बेंड के पीछे चल रही है। यदि ध्वनि की गति v है, तो कार में बैठे व्यक्ति द्वारा सुनी जाने वाली निम्न आवृत्ति (Beat frequency) का व्यंजक ज्ञात करें। (5)
7. एक मोल द्विपरमाणुक आदर्श गैस ($\gamma = 1.4$) को A बिन्दु से प्रारंभ होनेवाले एक चक्रीय प्रक्रम में ले जाया जाता है। प्रक्रम $A \rightarrow B$ रुद्धोष्म संपीड़न (Adiabatic compression) है, $B \rightarrow C$ समदाबी प्रसार (isobaric expansion) है, $C \rightarrow D$ रुद्धोष्म प्रसार (Adiabatic expansion) तथा $D \rightarrow A$ सम आयतनिक (isochoric) प्रक्रम है। आयतन का अनुपात $V_A/V_B = 16$ तथा $V_C/V_B = 2$ है। A पर तापमान 300 K है। B और D बिन्दुओं पर गैस का तापमान तथा चक्रीय प्रक्रमको दक्षता ज्ञात करें। (5)

8. चित्र 8 में दिखाए गए उपकरण में शीशे की चार ऊर्ध्व नलियों को तीन क्षैतिज नलियों द्वारा जोड़ा गया है। बायें की दोनों ऊर्ध्व नलियों, B व C, की ऊँचाई 49 cm है। दोनों बाहरी ऊर्ध्व नलियों, A व D, वायुमंडल की ओर खुली हैं। A व C नलियों को 95°C के स्थिर तापमान पर रखा गया है, जबकि B व D को 5°C के स्थिर तापमान पर रखा गया है। A व D नलियों में द्रव के तल की ऊँचाई, तल रेखा से, क्रमशः 52.8 cm व 51 cm है। द्रव का प्रसार गुणांक ज्ञात करें।



चित्र 8

9. इस प्रश्न के प्रत्येक उप-प्रश्न में उत्तर के लिए चार विकल्प दिये गये हैं जिनमें से केवल एक विकल्प सही/श्रेष्ठ है। सही/श्रेष्ठ विकल्प का चयन कीजिए तथा संबन्धित अक्षर A, B, C अथवा D को अपनी उत्तर पुस्तिका में उप-प्रश्न के क्रमांक के सामने लिखिए। आपके उत्तरों में उप-प्रश्नों का क्रम बही होना चाहिए जो प्रश्नपत्र में है। (9 × 1 = 9)

- (i) O_2 (अणुक द्रव्यमान 32) अणुओं की औसत स्थानान्तरीय (translational) गतिज ऊर्जा किसी विशेष तापमान पर 0.048 eV है। N_2 (अणुक द्रव्यमान 28) अणुओं को स्थानान्तरीय गतिज ऊर्जा इसी तापमान पर क्या होगी?

(A) 0.0015 (B) 0.003 (C) 0.048 (D) 0.768

- (ii) किसी पात्र में T तापमान पर रखी O_2 गैस (अणुक द्रव्यमान 32) का दबाव P है। वैसे ही सर्वसम एक पात्र को यदि $2T$ तापमान पर He गैस (अणुक द्रव्यमान 4) से भरा जाय तो उसमें गैस का दबाव क्या होगा?

(A) $P/8$ (B) P (C) $2P$ (D) $8P$

- (iii) एक प्रोटॉन, एक ड्यूटेरॉन तथा एक ऐल्फा (α) कण जिनकी गतिज ऊर्जाएँ एक समान हैं, एक नियत चुंबकीय क्षेत्र में वृत्त (circular) प्रपथों में घूम रहे हैं। यदि r_p, r_d, r_α क्रमशः प्रोटॉन, ड्यूटेरॉन तथा ऐल्फा कणों के प्रपथ की त्रिज्याएँ हैं तो

(A) $r_\alpha = r_p < r_d$ (B) $r_\alpha > r_d > r_p$ (C) $r_\alpha = r_d > r_p$ (D) $r_p = r_d = r_\alpha$

- (iv) एक गोलाकार कृष्णिका (Black Body) जिसकी त्रिज्या 12 cm है 500 K पर 450 W शक्ति विकिरित करती है। यदि त्रिज्या को आधा कर दिया जाय और तापमान को दुगना कर दिया जाय तो विकिरित शक्ति (Watt में) क्या होगी?

(A) 225 (B) 450 (C) 900 (D) 1800

- (v) निम्नलिखित समीकरण एक तानित घागे में प्रगामी तरंग को निरूपित करता है।

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

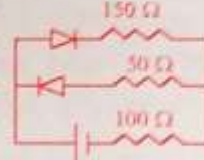
रंग का अधिकतम वेग क्या है?

(A) $A\omega$ (B) ω/k (C) $d\omega/dk$ (D) x/t

(vi) बोर मॉडल (Bohr model) के अनुसार निम्नतम अवस्था (Ground state) में स्थित द्वि-आयनित (Doubly ionised) Li परमाणु ($z = 3$) से इलेक्ट्रॉन को निकालने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा (eV में) क्या होगी।

- (A) 1.51 (B) 13.6 (C) 40.8 (D) 122.4

(vii) चित्र 9 (vii) में दिखाये गये परिपथ में दोनों डायोडों का अग्रप्रतिरोध (Forward resistance) 50Ω है तथा पश्चवर्ती (Backward) प्रतिरोध अनन्त (infinite) है। यदि बैटरी की वोल्टता 6 V है 100Ω प्रतिरोध में बहने वाली धारा (Ampere में) क्या होगी?



चित्र 9 (vii)

- (A) शून्य (B) 0.02 (C) 0.03 (D) 0.036

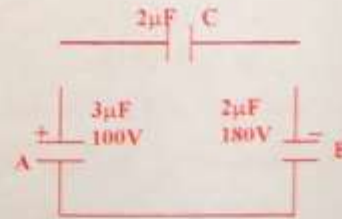
(viii) निम्नलिखित प्रकथनों में कौन सा प्रकथन सत्य नहीं है।

- (A) नेज अर्धचालक (intrinsic semiconductor) का प्रतिरोध तापमान बढ़ने से घटता है।
 (B) शुद्ध Si में त्रिसंयोजक (trivalent) अपद्रव्य के अपमिश्रण से p -प्रकार का अर्धचालक बनता है।
 (C) n -प्रकार के अर्धचालक में बहुसंख्यक वाहक (majority carriers) होल (hole) होते हैं।
 (D) एक p - n संधि एक अर्धचालक डायोड का कार्य कर सकती है।

(ix) एक धातु की सतह पर जब 6 eV ऊर्जा के फोटॉन आपतित होते हैं तब प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा 4 eV है। प्रयोग में निरोधी विभव (stopping potential) वोल्ट में क्या होगा?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 10

10. दो धारित्रों (capacitors) A तथा B को, जिनकी धारिता $3 \mu\text{F}$ व $2 \mu\text{F}$ है, क्रमशः 100 V व 180 V के विभवान्तर पर आवेशित किया गया है। चित्र 10 में दिखाए अनुसार धारित्रों की पट्टिकाओं को इस प्रकार जोड़ा गया है कि प्रत्येक धारित्र का एक तार मुक्त है। A की ऊपरी पट्टिका धनावेशित है, जब कि B की ऊपरी पट्टिका ऋणावेशित है। एक आवेश रहित $2 \mu\text{F}$ का धारित्र C , जिसकी दोनों पट्टिकाओं में चालकतार (Lead wires) लगे हैं, उपरोक्त मुक्त तारों पर गिरकर परिपथ को पूर्ण करता है।



चित्र 10

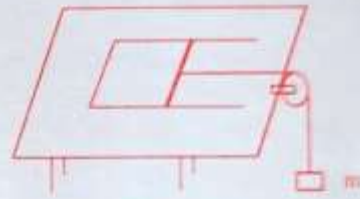
- (i) तीनों धारित्रों पर अन्तिम आवेश ज्ञात करें।
 (ii) परिपथ पूर्ण होने के पहले व बाद में, निकास में संचित स्थिर वैद्युत ऊर्जा का परिमाण ज्ञात करें।

(5)

11. तीन असीमित लम्बे पतले तार, जिनमें से प्रत्येक में धारा i एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही है, एक गुरुत्वाकर्षण रहित दिकस्थान (space) के x - y समतल में रखे गये हैं। बीच का तार y -अक्ष पर है जबकि बाकी दो तार $x = \pm d$ पर हैं।

- (i) ऐसे बिन्दुओं का बिन्दुपथ ज्ञात करें, जहाँ चुम्बकीय क्षेत्र B शून्य हो।
 (ii) यदि बीच के तार को z -अक्ष की ओर थोड़ा सा विस्थापित करके छोड़ दिया जाए, तो दिखाएँ कि वह तार सरल आवर्त गति (simple harmonic motion) करेगा। यदि तारों का रेखिक घनत्व (linear density) λ है, तो स्पंदन की आवृत्ति ज्ञात करें। (5)

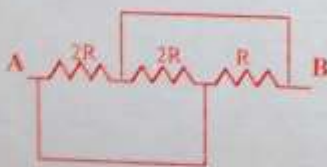
12. दो समान्तर, चालक (conducting), क्षैतिज पट्टियों को एक मेज पर जड़ दिया गया है। इन पट्टियों को एक ओर से लघुपथित किया (shorted) गया है। पट्टियों के बीच की दूरी L है। एक द्रव्यमान रहित चालक छड़, जिसका प्रतिरोध R है, बिना घर्षण के पट्टियों पर फिसल सकती है। छड़ को एक द्रव्यमान रहित धागे के द्वारा मेज के किनारे पर लगी धिरनी (pulley) के ऊपर से, एक m द्रव्यमान के गुटके से जोड़ा गया है (चित्र 12)। एक नियत चुम्बकीय क्षेत्र मेज के लम्बवत है। यदि निकाय को विराम अवस्था से छोड़ा जाए तो



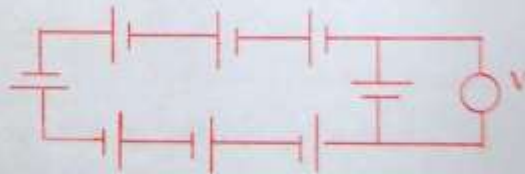
चित्र 12

- (i) छड़ का अन्तिम वेग (terminal velocity) ज्ञात करें।
 (ii) जब छड़ का वेग, अपने अन्तिम वेग का आधा हो, उस पल गुटके का त्वरण ज्ञात करें। (5)
13. निम्नलिखित प्रश्नों में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। अपनी उत्तर-पुस्तिका में उप-प्रश्न क्रमांक i, ii, लिखकर उसके प्रत्येक रिक्त स्थान/स्थानों के लिए उत्तर लिखिए। पूरा वाक्य लिखने की आवश्यकता नहीं है। उत्तर उसी क्रम में लिखें जिस क्रम में उप-प्रश्न दिये गये हैं। (11 × 2 = 22)

- (i) एक छड़ जिसका भार w है दो समान्तर धुरधार (knife edge) A और B के आधार पर क्षैतिज दिशा में संतुलित (equilibrium) है। धुरधारों के बीच की दूरी d है। छड़ का संतुलन केंद्र A से x की दूरी पर है। A पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया _____ है, जबकी B पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया _____ है।
 (ii) चित्र 13 (ii) में दिखाएँ गये परिपथ में बिन्दु A व B के बीच तुल्य प्रतिरोध (equivalent resistance) _____ ohm है।



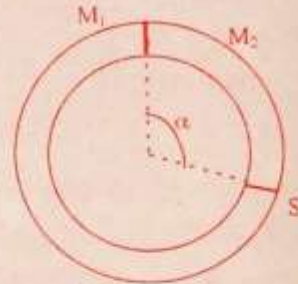
चित्र 13 (ii)



चित्र 13 (iii)

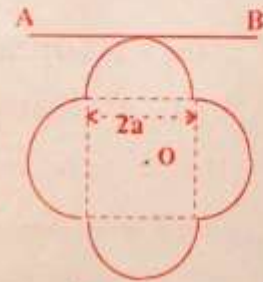
- (iii) चित्र 13 (iii) में दिखाए गये परिपथ में प्रत्येक बैटरी 5 V की है, तथा प्रत्येक का आन्तरिक प्रतिरोध 0.2 ohm है। आदर्श वोल्ट मीटर V में पाठ्यांक _____ V होगा।
- (iv) हवा में 6000 Å तरंग दैर्घ्य (wavelength) का प्रकाश एक 1.5 अपवर्तनांक के माध्यम में प्रवेश करता है। माध्यम में प्रकाश की आवृत्ति _____ Hz तथा तरंग दैर्घ्य _____ Å है।
- (v) दो पतले लेंस, एक दूसरे की समस्पर्श अवस्था में, + 10 dioptre शक्ति का युग्म बनाते हैं। यदि लेंसों के बीच की दूरी 0.25 m हो जाए तो युग्म की शक्ति घटकर + 6 dioptre हो जाती है। लेंसों की फोकस दूरी _____ m तथा _____ m हैं।
- (vi) एक वास्तविक गैस के अवस्था समीकरण (equation of state) $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$ में P, V तथा T क्रमशः दाब, आयतन और तापमान हैं, तथा R सार्वत्रिक गैस नियतांक है। इस समीकरण में अक्षर a की विमा (dimensions) _____ है।

- (vii) एक वलयकार (ring shaped) नली में सम द्रव्यमान की दो आदर्श गैसें भरी हैं, जिनके अणुक द्रव्यमान $m_1 = 32$ और $m_2 = 28$ हैं। दोनों गैसों एक स्थिर विभाजक पटल तथा एक घर्षणरहित चल विभाजक पटल द्वारा (movable partition) अलग की गयीं हैं। चित्र 13 (vii) में दिखाया गया कोण α _____ degree है।



चित्र 13 (vii)

- (viii) M द्रव्यमान का एक सममित (symmetric) पटल एक वर्गाकार और अर्धवृत्ताकार आकृतियों से बना है (चित्र 13 (viii))। वर्ग की भुजा की लम्बाई $2a$ है। संतति केन्द्र से गुजरते हुए, पटल के लम्बवत अक्ष के विरुद्ध पटल का जड़त्व आघूर्ण $1.6 Ma^2$ है। पटल के समतल में स्थितिस्था AB के विरुद्ध पटल का जड़त्व आघूर्ण _____ होगा।



चित्र 13 (viii)

- (ix) एक कण को पृथ्वी (त्रिज्या Re) की सतह से ऊपरी उर्ध्व दिशा में प्रक्षेपित किया जाता है। कण की गतिज ऊर्जा पलायन की (escape) न्यूनतम गतिज ऊर्जा की आधी है। कण पृथ्वी की सतह से _____ ऊँचाई तक जाएगा।
- (x) पृथ्वी 1400 W/m^2 सौर ऊर्जा प्राप्त करती है यदि 0.2 m^2 क्षेत्रफल के लेंस पर पड़नेवाली सारी सौर ऊर्जा को 280 ग्राम द्रव्यमान के बर्फ के घन पर फोकस किया जाए, तो बर्फ को पिघलाने में _____ मिनट का समय लगेगा (बर्फ की घन उष्मा $3.3 \times 10^5 \text{ J/kg}$ है।)
- (xi) प्रकाश की एक किरण $\sqrt{2}$ अपवर्तनांक व 30° किरण पुंज कोण (apex angle) वाले एक त्रिभुज पर अभिलम्बवत आपतित होती है। किरण का विचलन कोण (angle of deviation) _____ degree होगा।

14. यंग (Young) के प्रयोग में ऊपरी छिरी (slit) को 1.4 अपवर्तनांक के काँच की पतली पट्टिका से ढका गया है जबकि निचली छिरी को 1.7 अपवर्तनांक वाले एक दूसरे काँच की पट्टिका से ढका गया है। दोनों पट्टिकाओं की मोटाई एक जैसी है। 5400 Å तरंग दैर्घ्य वाले प्रकाश द्वारा व्यतिकरण चित्रण (interference pattern) प्राप्त किया जाता है। परदे के बिन्दु P पर जहाँ काँच की पट्टिकाओं के लगाने से पहले केन्द्रीय अधिकतम तीव्रता (central maximum, $n = 0$) पाई जाती थी, वहाँ पर अब तीव्रता पहले की $3/4$ है। देखा जाता है कि पहले की पाँचवी अधिकतम तीव्रता अब बिन्दु P के नीचे है जबकि छठी न्यूनतम तीव्रता P के ऊपर है। काँच की पट्टिकाओं की मोटाई ज्ञात कीजिये। (काँच की पट्टिकाओं द्वारा प्रकाश शोषण को नगण्य मानें।) (5)
15. यह मानें कि इलेक्ट्रॉन की दे ब्राग्ली (de Broglie) तरंग, किसी एक विम ब्यूह (one dimensional array) के अणुओं के बीच में अप्रगामी तरंग (standing wave) इस प्रकार बना सकती है कि प्रत्येक अणु के स्थान पर (at the site) निस्पंद (node) बनें। इस प्रकार की अप्रगामी तरंग तब बनती पाई जाती है जबकि ब्यूह में अणुओं के बीच की दूरी $d = 2\text{Å}$ है। इसी प्रकार की एक अन्य अप्रगामी तरंग तब बनती है जब d को बढ़ा कर 2.5Å किया जाता है, परन्तु d के इन दो मानों की बीच किसी और मान पर ऐसी अप्रगामी तरंग नहीं बनती। इलेक्ट्रॉन वोल्ट में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा ज्ञात करें तथा d के उस न्यूनतम मान को ज्ञात करें जिसपर ऐसी अप्रगामी तरंग बन सके। (5)
16. क्यूरियम ${}_{96}^{248}\text{Cm}$ की माध्य आयु (mean life) 10^{13}s है। यह तत्व दो प्रकार से क्षय हो सकता है स्वतः विखण्डन (spontaneous fission) तथा ऐल्फा (α) क्षय। विखण्डन की प्रायिकता 8% है जबकि ऐल्फा क्षय की प्रायिकता 92% है। प्रत्येक विखण्डन में 200 MeV ऊर्जा निकलती है। ऐल्फा क्षय के लिये दिया गया है कि

$${}_{96}^{248}\text{Cm} = 248.072220\text{ u,}$$

$${}_{94}^{244}\text{Pu} = 244.064100\text{ u,}$$

$${}_{2}^4\text{He} = 4.002603\text{ u.}$$

- 10^{23}Cm अणुओं में से निकलनेवाली शक्ति को ज्ञात करें। ($1\text{u} = 931\text{ MeV}/c^2$) (5)

— समाप्त —